I-35　固有値解析による有効座屈長評価の設計に対する適用

建設省土木研究所　正員　井上　純三　東京大学　正員　長谷川彰夫
東京大学　正員　西野　文雄　東京大学　正員　佐藤　尚次

1．まえがき　現行設計の座屈に対する照査は，構造物全体の照査に代え，有効座屈長を用いて各部材・断面において行なうのがふつうである。道路橋示方書等の現行設計基準の有効座屈長は，各構造形式に応じて規定されてはいるものの，変断面部材・任意の骨組中の部材に対する評価は必ずしも明確ではなく，また，荷重条件による有効座屈長の違いを考慮できないという欠点を有している。任意の部材・断面に対して，荷重条件を考慮した一般性のある有効座屈長を得るためには，骨組の固有値解析を行なうことが望ましい。設計での計算機の利用が普及した現在，実用設計のレベルにおいても固有値解析を積極的に行ない，設計の精度及び信頼性を高める努力がなされてよい。ここでは，固有値解析による有効座屈長評価の実際の設計への適用を図るために，代表的に簡単な構造物を用いて現行有効座屈長規定との比較を試みた。また，本固有値法に対して提起されていた問題を解決するための，本固有値法適用上の提案を行なう．

2．固有値解析による有効座屈長の評価[1]　設計荷重作用下の発生軸力Nが、荷重の増大とともに骨組が不安定になるまで比例的に増大すると仮定し、骨組が不安定になるときの作用軸圧縮力$N_{cr}=\lambda N$を着目部材の座屈荷重とすると、有効座屈長 l_e は次のように定義される。

$$l_e \equiv \pi \cdot \sqrt{EI/\lambda N} \qquad (1)$$

ここに、EIは曲げ剛性、λは次の固有値方程式の最小固有値である。

$$(K_e + \lambda K_g(N))U = 0 \qquad (2)$$

ここに、K_e は微小変位剛性行列、K_g は幾何剛性行列、Uは変位ベクトルである。

3．固有値解析による有効座屈長と現行の有効座屈長との比較　固有値解析による有効座屈長評価の規定としての合理性を明らかにするために、それぞれの規定を設計条件とし、同一レベルの設計結果で比較することを考える。ユニークで同一レベルの設計としては、それぞれの設計条件に対し、道路橋示方書の耐荷力式を用いて最適設計を行なった結果得られる設計断面を比較する。荷重条件の違いによる有効座屈長の差異が明白に表れる例題としてFig.1 に示すようなＩ形断面、２径間連続柱を取り上げる。現行示方書において、このような２径間柱の有効座屈長に関する規定は明確ではないため、現行法としては部材長 l を有効座屈長とする慣用の規定に従う。有効座屈長に関する固有値法、現行法のそれぞれを用いて最適設計を行なって得られた最適断面比率と軸力比αの関係をFig.2(a)に示す。$\alpha=0$ のとき、両方法で等しい最適設計断面が得られるが、$\alpha\neq0$ のときは異なる最適断面が得られている。Fig.2(b)に最適断面における各部材の有効長さ係数 l_e/l と軸力比αの関係を示す。現行法を用いたときは、当然ながら有効長さ係数は、部材 1.2ともに常に１である。一方，固有値法を用いたとき、部材１に対しては１より大きく、部材２に対しては１より小さい有効長さ係数が得られ、荷重条件の相違を設計結果に反映している。

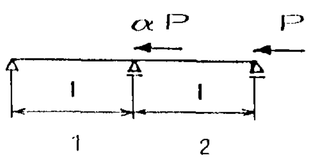


Fig.1 軸圧縮力を受ける２径間連続柱

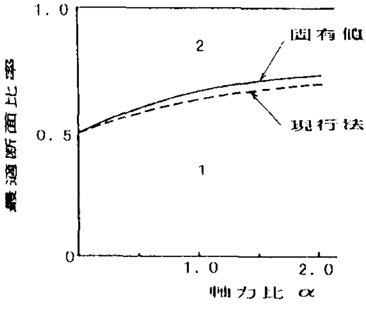


Fig.2(a)最適断面比率と軸力比α

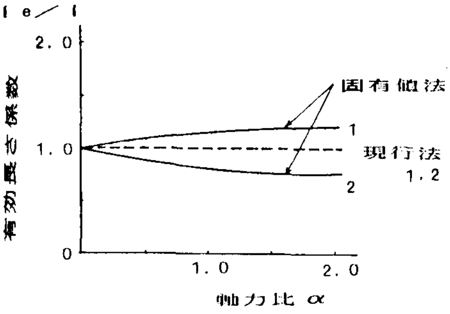


Fig.2(b)有効長さ係数と軸力比α

Fig.2(c)に最適断面の有する設計荷重の 1.7倍及び真の耐荷力の無次元量と軸力比αの関係を示す。両方法で設計荷重と真の耐荷力との相関性及び大小関係は類似している。本例題に関して、固有値法は現行法と比較して形状・荷重条件を考慮した有効座屈長が評価できるという点で合理的，一般性のある有効座屈長評価法であると言って良い。ただし、この例題に限れば、耐荷力を評価する精度及び安全性という点に関して現行法に特に大きな問題はない。これは両方法で最適断面の違いがそれ程大きくないことによると思われる。

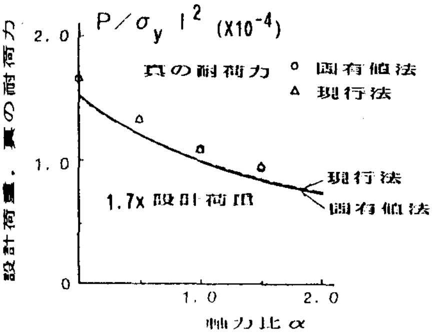
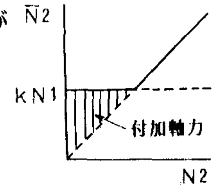


Fig.2(c)設計荷重，真の耐荷力と軸力比α

4．微小軸圧縮部材に対する固有値法適用上の提案　微小な軸圧縮力の作用する部材の有効座屈長を式(1)より評価するとき、式(1)の分母のNの絶対値が小さいため算出有効座屈長が非現実的に過大な値となる可能性がある。[1] このような場合、固有値法適用の除外または適用上の工夫が必要である。ここでは、固有値に関して安全側の評価を与えつつ，有効座屈長を適切に評価する方法として、微小軸圧縮部材に付加的な軸力を導入する手法を考案した。次の固有値方程式において、軸圧縮力N1，N2 が



$$(Ke+\lambda Kg(N1, N2))U=0 \qquad (3)$$

$$N1 \gg N2 \qquad (4)$$

の関係にあるとき、N2 の代わりに$\overline{N}2$ として

$$\overline{N}2 \equiv N2 + \text{付加軸力} \equiv \mathrm{Max}(kN1, N2) \qquad (5)$$

を考える。ここにkは、最大発生軸圧縮力N1 対する付加軸力比である。この$\overline{N}2$ を用いて、固有値方程式、

$$(Ke+\overline{\lambda}\overline{K}g(N1, \overline{N}2))U=0 \qquad (6)$$

$$N1 > \overline{N}2 \qquad (7)$$

を解き、λ、N2 の代わりに、$\overline{\lambda}$、$\overline{N}2$ を用いて式(1)より有効座屈長$\overline{l}e$ を評価する。加えるべき付加軸力の値，具体的にはkの値は、付加軸力の変化に対する修正固有値$\overline{\lambda}$及び修正有効座屈長$\overline{l}e$ の変動性を目安に決めることができるであろう。Fig.3 に示す微小な水平力を受ける各部材ともに同一のI形断面を有する両端固定の門型ラーメンを考える。このとき，ラーメンのはり部材は微小軸圧縮部材となり，固有値法の適用が問題となる。このはり部材に付加軸力を与えたときの固有値$\overline{\lambda}$，はり部材の有効座屈長$\overline{l}e$ の変動をそれぞれFig.4(a),(b)に示す。付加軸力の導入による固有値の減少はわずかであり(Fig.4(a))，その結果，式(1)から明らかなように，柱部材の有効座屈長はほとんど変化しないものの，はり部材の有効座屈長が過大になることを避けることが可能になる(Fig.4(b))。

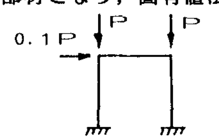


Fig.3 微小水平力が作用するラーメン

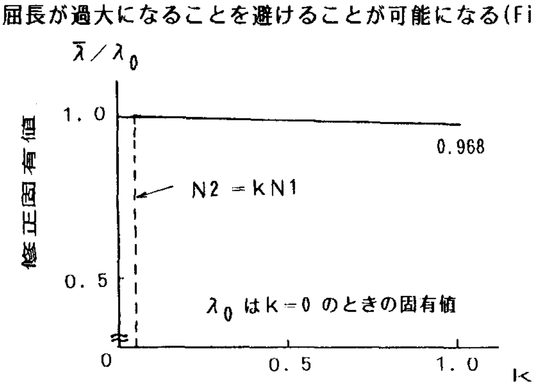


Fig.4(a)付加軸力による固有値の変動

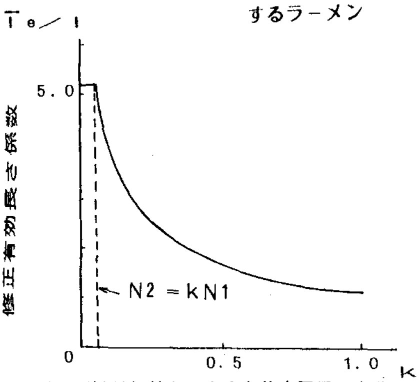


Fig.4(b)付加軸力による有効座屈長の変動

参考文献　1) Nishino,F.,Hasegawa,A.,:A PRACTICAL DESIGN FOR COMPRESSION MEMBERS AND FRAMES USING EIGEN-VALUE ANALYSIS,Third International Colloquium on Stability of Metal Structures held in Paris Nov.16/17 1983.