

山梨大学工学部 正員 杉原美好

山梨大学工学部 正員 深沢泰晴

1. はじめに ウェブの曲げ変形を伴うI型ばりについて、横倒れ弾塑性座屈強度に対するウェブの変形の影響を調べる。本報告では、ウェブの曲げ変形を考慮したI型断面材の三次元安定問題の一般的な荷重状態に対する支配方程式の誘導と、単純モーメント荷重に対する横倒れ弾塑性座屈の解析結果を示す。なお、支配方程式を導くにあたり、次の3つを仮定する。1). はりは完全弾塑性体であること。2). 降伏状態は部材軸方向直応力  $\sigma_z$  によって決まる。3). ウェブの板厚中心線に平行な ( $\phi$  軸方向の) 直応力  $\sigma_a$  と対応するひずみ  $\varepsilon_a$  の間には常に Focke の法則が成り立つ。

2. 弾塑性座屈の支配方程式 図-1(b)の変形に対応して、3次以上の微小項を無視した有限変位に対する変位とひずみは、

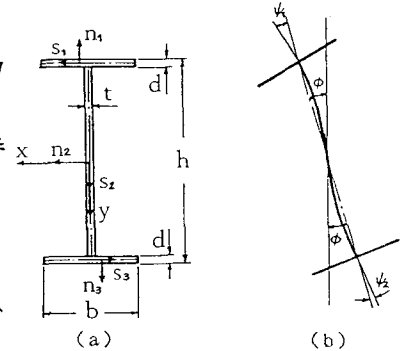


図-1 I型断面材の寸法、座標、変形

ウェブに対する変位、ひずみ

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 - y\varphi, \quad v = v_0 - \frac{1}{2}y^2\varphi', \quad w = w_0 - y(v_0' - u_0'\varphi), \quad \varepsilon_z = 2\gamma_{zn} = 2\gamma_{na} = 0, \quad 2\gamma_{az} = 2n\varphi' \\ \varepsilon_a &= -n\ddot{u}_1\varphi_1 - n\ddot{u}_2\varphi_2, \quad \varepsilon_z = w_0' + \frac{1}{2}(u_0'^2 + v_0'^2) - y(v_0'' - u_0''\varphi) + \frac{1}{2}y^2\varphi'^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

フランジに対する変位、ひずみ (上フランジ:  $\varphi_1 = \varphi$ , 下フランジ:  $\varphi_2 = \varphi_2$ )

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 - y\varphi - \frac{1}{2}x(\varphi + \varphi_2)^2, \quad v = v_0 + x(\varphi + \varphi_2) - \frac{1}{2}y^2\varphi', \quad w = w_0 - x\{u_0' + v_0'(\varphi + \varphi_2)\} - y(v_0'' - u_0''\varphi) - \omega\varphi' \\ \varepsilon_a &= \varepsilon_n = 2\gamma_{zn} = 2\gamma_{na} = 0, \quad 2\gamma_{az} = 2n(\varphi' + \varphi_2') \\ \varepsilon_z &= w_0' + \frac{1}{2}(u_0'^2 + v_0'^2) - x\{u_0'' + v_0''(\varphi + \varphi_2)\} - y(v_0'' - u_0''\varphi) + \frac{1}{2}x^2(\varphi' + \varphi_2')^2 + \frac{1}{2}y^2\varphi'^2 - \omega\varphi' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、板厚は十分小さいものとして変位は板厚中心線で代表させた。式(1), (2)に仮想仕事の原理を適用すると、つり合い方程式が求められる。また、降伏応力を  $\sigma_y$ , 降伏ひずみを  $\varepsilon_y$  とすると、弾塑性域における応力-ひずみ関係は先の仮定より次式のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \begin{cases} E\varepsilon_z & : \varepsilon_z < \varepsilon_y \\ \sigma_y & : \varepsilon_z \geq \varepsilon_y \end{cases}, \quad \tau_{az} = \begin{cases} G \cdot 2\gamma_{az} & : \varepsilon_z < \varepsilon_y \\ 0 & : \varepsilon_z \geq \varepsilon_y \end{cases}, \quad \sigma_a = E\varepsilon_a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

つり合い方程式において式(3)を考慮し、さらに線形化を行うと、支配方程式が次式のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \{E(A_e u_0'' - Z_{xe} u_0'' - Z_{ye} v_0'' - Z_{we} \varphi') + \sigma_y A_p\}' &= 0 \\ (N^{(0)} u_0') + \{E(Z_{xe} w_0'' - I_{xze} u_0'' - I_{xze} v_0'' - I_{xwe} \varphi'') + \sigma_y Z_{xp} - M_y^{(0)} \varphi'\}' &= 0 \\ (N^{(0)} v_0') + \{E(Z_{ye} w_0'' - I_{xze} u_0'' - I_{yze} v_0'' - I_{ywe} \varphi'') + \sigma_y Z_{yp} + M_z^{(0)} \varphi + M_z^{(0)} \varphi_1 + M_z^{(0)} \varphi_2\}' &= 0 \\ M_z^{(0)} v_0'' - M_y^{(0)} u_0'' + \{E(Z_{we} w_0'' - I_{xze} u_0'' - I_{yze} v_0'' - I_{we} \varphi'') + \sigma_y Z_{wp}\}' &= 0 \\ &+ (K_x^{(0)} \varphi' + K_x^{(0)} \varphi_1' + K_x^{(0)} \varphi_2') + (G J_{ste}^{(0)} \varphi' + G J_{ste}^{(0)} \varphi_1' + G J_{ste}^{(0)} \varphi_2') = 0 \\ M_x^{(0)} v_0'' + (K_x^{(0)} \varphi' + K_x^{(0)} \varphi_1') - E I_{v1} \varphi_1 - E I_{v2} \varphi_2 + (G J_{ste}^{(0)} \varphi' + G J_{ste}^{(0)} \varphi_1') &= 0 \\ M_z^{(0)} v_0'' + (K_x^{(0)} \varphi' + K_x^{(0)} \varphi_2') - E I_{v2} \varphi_1 - E I_{v1} \varphi_2 + (G J_{ste}^{(0)} \varphi' + G J_{ste}^{(0)} \varphi_2') &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $N^{(0)}$ ,  $M_z^{(0)}$ ,  $M_y^{(0)}$  は微小変位理論によって求められる直応力  $\sigma_z^{(0)}$  によって決まる断面力であり、上添字  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  はそれぞれ上, 下フランジに関する量を、下添字  $e$  は弾性域に関する量であることを示す。また、

$$\left. \begin{aligned} A_p &= \int_{A_p^+} dA - \int_{A_p^-} dA, \quad Z_{xp} = \int_{A_p^+} x dA - \int_{A_p^-} x dA, \quad Z_{yp} = \int_{A_p^+} y dA - \int_{A_p^-} y dA, \quad Z_{wp} = \int_{A_p^+} w dA - \int_{A_p^-} w dA, \\ K_x^{(0)} &= \int_{A_e} \sigma_z^{(0)} (x^2 + y^2) dA + \sigma_y \left\{ \int_{A_p^+} (x^2 + y^2) dA - \int_{A_p^-} (x^2 + y^2) dA \right\}, \quad K_z^{(0)} = \int_{A_e} \sigma_z^{(0)} x^2 dA + \sigma_y \left\{ \int_{A_p^+} x^2 dA - \int_{A_p^-} x^2 dA \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $A_p^+$ ,  $A_p^-$  はそれぞれ引張塑性域, 圧縮塑性域を表す。

3. 数値計算と考察 等端モーメントを受けるはりについて数値計算を行ったので、その結果を以下に示す。なお、数値計算においては、 $E=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ,  $G=8.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_y=2320 \text{ kg/cm}^2$ とした。

3-1 弾性座屈 座屈モーメントと、フランジ幅 $b$ と桁高 $h$ の比 $b/h$ の関係を図-2に示す。部材長を変化させて計算を行ったが、断面変形を考慮した場合には、 $b/h$ がある値を超えると $b/h$ の増加とともに座屈値は低下し、座屈値のピークは部材長が短いほど $b/h$ の小さい断面で生じていることがわかる。

次に、図-2における上、下2つの曲線群の関係を調べるために、ウェブの板厚を小さくして計算を行った結果が図-3である。ウェブの板厚 $t$ を小さくすると上、下2つの曲線の極値 $(\frac{M}{Eh^3})_{cr} \times 10^4$ の間隔は狭まり、 $t=0$ で一致する。図-3からわかるように、断面変形は、断面形不変の場合の曲線に沿う座屈では上、下フランジはほとんど水平で上フランジだけが横方向にずれた形となり、一方、もう一つの座屈では上フランジが下フランジより大きな回転を示している。すなわち、2つの座屈モードは、上フランジの面内座屈、上フランジのねじれ座屈がそれぞれ支配的であることがわかる。

図-4は、座屈モーメントと細長比の関係と座屈時の断面変形を示したものである。図中、 $M_p$ は塑性 $(\frac{M}{Eh^3})_{cr} \times 10^4$ モーメントを表す。

3-2 弾塑性座屈 図-5は、桁高とフランジ幅は同じであるが、ウェブの板厚とフランジの板厚の異なる2つの断面(a)と(b)について弾塑性座屈の計算を行った結果である。断面変形を考慮した場合、(a)および(b)において断面変形を考慮しない場合との差はほとんど見られない。しかしながら、

(b)の細長比の小さい一部の領域においては塑性座屈は生じておらず、両者の差が大きく現れている。

以上の計算では残留応力は考慮されていないが、その影響については講演時に報告する予定である。

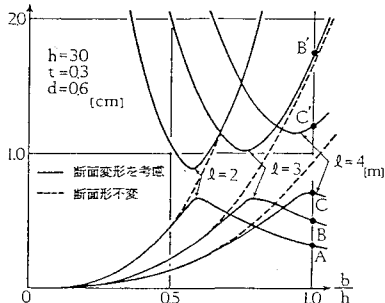


図-2 部材長による座屈モーメントの比較

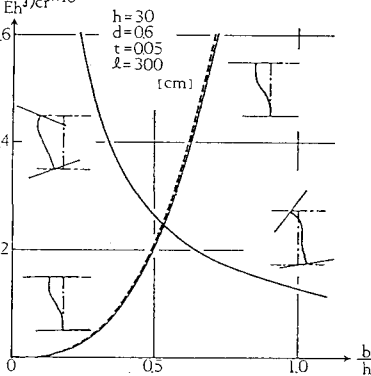


図-3 横倒れ座屈モーメント -  $b/h$  曲線

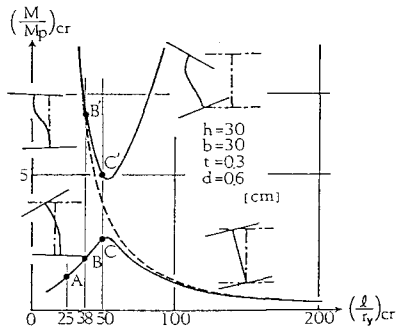


図-4 横倒れ弾性座屈モーメント - 細長比曲線

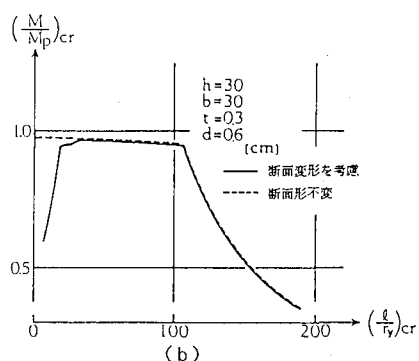
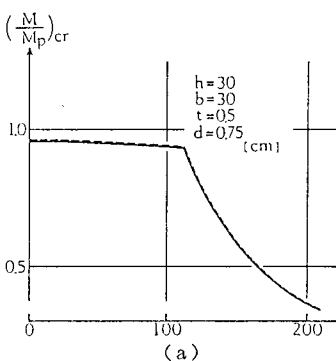


図-5 横倒れ弾塑性座屈モーメント - 細長比曲線

参考文献: 1) 杉原, 深沢: ウェブの曲げ変形を伴う I 型アレートガーダーの横座屈後挙動 (第 2 報), 土木学会第 38 回年次講演会概要集, I-99, 昭和 58 年 10 月. 2) 杉原, 深沢: ウェブの変形がアレートガーダーの横倒れ塑性座屈に及ぼす影響, 土木学会第 11 回関東支部年次研究発表会講演概要集, I-16, 昭和 59 年 1 月. 3) Chesada Kasemet, Fumio Nishino, Seng-Lip Lee: Inelastic Stability of Beams under Biaxial Bending, Proc. of ASCE, vol. 100, EM5, 1974. 10.