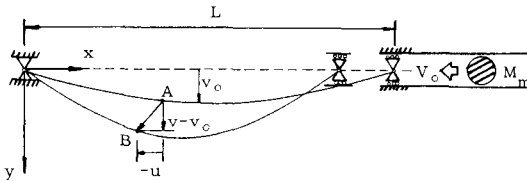


名古屋大学 学生員 ○杉浦邦臣
 名古屋大学 正 員 水野英二
 名古屋大学 正 員 福本峻士

1. まえがき

本研究では、軸方向衝撃力を受ける柱の挙動を解析的に明らかにし、衝撃力に対する柱の動的安定性について考える。この分野の研究は、1934年 C. Koning と J. Taub に始まり、現在まで数多くの研究者によって行われてきた。しかし研究の対象は、弾性挙動に限られ、非弾性挙動を含む動的安定性に関して検討されていない。本解析においては、弾塑性挙動を取り扱い、Perzyna によつて考案された材料力学モデルを用い、ひずみ速度の影響についても検討する。なおここでは Fig. 1 に示すように、実際現象に即した物体の衝突という現象を取り扱う。このような場合、動的安定性は、衝突物の質量および衝突速度に依存すると考えられる。



u ; Longitudinal Displacement
 v ; Lateral Displacement
 v_0 ; Initial Lateral Displacement
 V_0 ; Initial Velocity
 M_m ; Mass

Fig. 1 Column struck at One End by A Mass

2. 解析手法

はり-柱の運動方程式としては、以下に示すような Bernoulli - Euler の式を用いる。また軸方向慣性力を考慮するため、ある初期条件および境界条件のもと連立非線形偏微分方程式を解くことになる。

$$\left. \begin{aligned} m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial N}{\partial x} \\ m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial M}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} (N \frac{\partial v}{\partial x}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで m : 単位長さ当たりの部材の質量

M : 曲げモーメント

N : 軸方向力

x : 座標軸 (部材軸方向)

t : 時間

さらに回転慣性力の影響を考慮 (Rayleigh の式) すると式 (1) の第 2 式は以下のようにになる。

$$m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial M}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} (N \frac{\partial v}{\partial x}) + \bar{m} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2 \partial t^2} \quad (2)$$

ここで $\bar{m}$: 単位長さ当たりの部材の慣性モーメント

本解析においては、運動方程式を陽的差分展開 (中央差分式を用いる) して、逐次変位を定める。また衝突物の運動は、運動量保存則より次式で定義される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V_m}{\partial t} &= -\frac{1}{M_m} \cdot N(x=L, t) \\ U_m &= \int_0^t V_m(\tau) d\tau \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで V_m : 衝突物の速度

U_m : 衝突物の変位

初期条件および境界条件は、以下のものである。

・初期条件 ($t=0$)

$$\left. \begin{aligned} V_m &= V_0, U_m = 0 \\ u &= 0, v = v_0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= 0, \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4a)$$

・境界条件

$$\left. \begin{aligned} x=0: u &= 0, v = 0 \\ x=L: u &= U_m, v = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4b)$$

ただし $N(x=L, t) > 0$ の時、衝突物は、部材端から分離するものとする。

数値解析上差分法では、解の安定性・収束性が問題となる。つまり時間増分 Δt と部材の分割数 m の与え方に依存する。ここでは経験的に以下のような条件に従うものとする。

$$\frac{4t}{\Delta x} = \frac{1}{2C} \quad (5)$$

ここで C : 応力波伝播速度

$$\Delta x; \Delta x = L/n$$

なお数値計算は、すべて無次元量にて行なうものとする。

3. 数値計算結果および考察

数値計算は、Case I (低速度での衝突) および Case II (高速度での衝突) について行なう。また部材には正弦半波長の初期変位が存在すると仮定する。

Fig. 2, Fig. 3 は、それぞれ Case I, Case II におけるある時間の軸方向変位およびたわみの分布を示す。Case I では、たわみ分布は、仮定された初期変位と同じモードであるのに対して、Case II では、衝突直後は Case I と同じだが、ある程度時間が経過すると初期変位に関係なく高次のモードとなる。しかも衝撃端近傍でよりたわみが大きくなっている。高速度の衝突では、衝撃端近傍で局部座屈が生じることになる。また回転慣性力およびひずみ速度の影響を考慮して同様な計算を行なった結果、有意な差は認められなかった。例えば Fig. 3 に示す計算結果において見られるように、塑性域の進展が著しい衝撃端近傍で、たわみ分布が、多少異なる程度である。

衝撃力に対する動的安定性に関して Fig. 4 に示すようなエネルギー損失(衝突物の運動エネルギー差より定める)の観点からアプローチしてみた。(a)は、低速度のもと質量を徐々に増加させた時を、また(b)は、低質量のもと初速度を徐々に増加させた時の計算結果を示す。(a)、(b)ともにある値に達すると急激にエネルギー損失が増大することがわかる。この値を動的安定性に対する基準値と定めることができると思われる。特に(b)では、この基準値でたわみの変形モードの違いを表わすことができる。

4. あとがき

衝突速度が、動的安定性に対して重要な因子となる。高速度では、初期変位に関係なく高次の変形モードを生じる。今後の課題としては、細長比・衝突物の質量および初速度をかえて同様な数値計算を数多く行ない、動的安定性に対する基準値を統一的に定めることが、挙げられる。

$L=12.82\text{cm}$ (section: $1.0 \times 0.3\text{cm}$, $v_{c\max}=3.5\text{mm}$)
 $V_0=-3.1\text{cm/sec}$, $M_m=841.5\text{kg}$, $n=100$

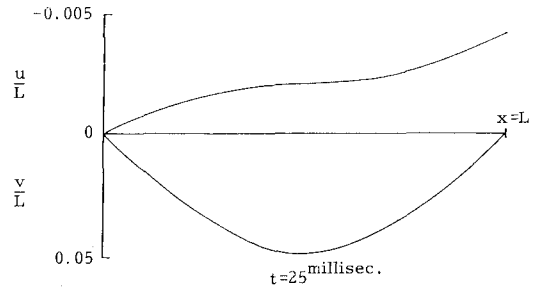


Fig. 2 Spanwise Distribution of Lateral Displacement and Longitudinal Displacement

$L=19.3\text{cm}$ (section: $0.87 \times 0.063\text{cm}$, $v_{c\max}=0.48\text{mm}$)
 $V_0=-2.45\text{m/sec}$, $M_m=369\text{g}$, $n=100$

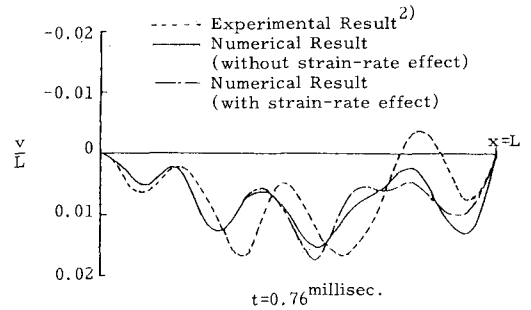


Fig. 3 Spanwise Distribution of Lateral Displacement

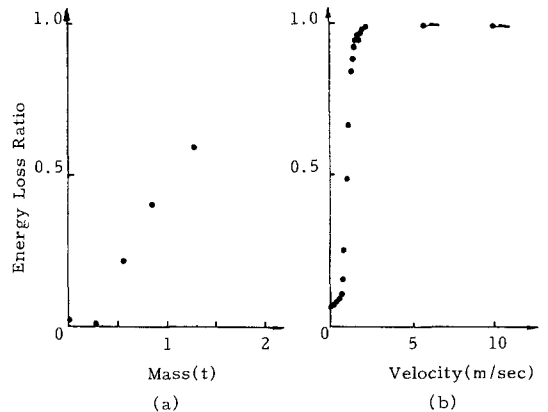


Fig. 4 Criteria of Dynamic Buckling

＜参考文献＞

- 1) Hayashi, T and Sano, Y, "Dynamic Buckling of Elastic Bars, 1st Report", Bull. JSME, vol.15, No. 88, 1972, pp.1167-1175
- 2) Hayashi, T and Sano, Y, "Dynamic Buckling of Elastic Bars, 2nd Report", Bull. JSME, Vol.15, No. 88, 1972, pp.1176-1184