Ⅰ-22　境界−有限要素の結合手法による連続体熱応力解析

オリエンタルコンサルタンツ（株）正員　飯森英哲
建設省東北建設局仙台工事事務所　正員　海野　仁
信州大学　工学部　土木工学科　正員　三井康司

１．まえがき

近年多用されている有限要素法（ＦＥＭ）は、材料非線形性などの材料特性を容易に取り込めるという長所を有しており、極めて汎用的な数値解析手法といえる。しかしながら、ＦＥＭは領域法であるため、無限領域を取り扱う場合、一般には大きな離散化領域を必要とし、計算機使用上、効果的な手法とはいえない面も有している。一方、境界要素法（ＢＥＭ）は無限領域を解析するためには適切な手法といえる。また取り扱う物理量は境界上のみに集約されるため、最終的に構成される連立方程式の元数はＦＥＭに比べかなり少なくてすむなど、効率のよい計算手法といえるが、ＦＥＭほどの汎用性は有していないように思われる。このような見地から、与えられた問題の形状、境界条件、材料特性等により、両手法の長所を生かして、ＢＥＭとＦＥＭとを結合して解析しようとする考え方はごく自然のものといえ、その利用価値は大きい［1］。本文はこれら結合手法を連続体の熱応力解析に適用し、計算精度、計算効率等を考察したものである。

２．解析手順の概略

連続体熱応力解析における計算手順は大きく２つに分けられる。すなわち、まず1）与えられた境界条件のもとで、連続体内の温度分布、温度勾配を計算する。次に、2）これらの温度分布状態のもとに、連続体内の温度変化による熱応力を計算する、ということになる。本研究で用いた結合手法は以下の概念で行っている。すなわち、a）境界形状が複雑な領域、あるいは熱伝導率等の材料特性が均一でない領域は有限要素で離散化する、b）境界形状が単純なもの、あるいは無限、半無限の境界条件を有するもの、また材料特性が比較的均一であるような領域では境界要素で離散化、c）ＦＥ，ＢＥ領域の相対する共通境界での連続、適合条件より結合する、というものである。

ＢＥ−ＦＥの結合手法の概略を記述する。図−１に示すような有限要素領域（ΩF）では変位（u）、節点力（F）間に式（1）が成立する。境界要素領域（ΩB）では、変位と traction（P）の間には式（2）の関係がある。既存のＦＥＭのプログラムをほとんど無修正で使用するため、境界要素を有限要素の一種と見なす等価有限要素の考え方で定式化を行うものとする。式（2）より式（3）が得られるが traction（P）を節点力Ｆに変換するために、分布関数マトリックスＭを用いると、結局ΩB 領域で式（4）が成立する。ΩB、ΩF の共通境界ΓI ではUFI = UBI，PFI + PBI = 0 が成立せねばならず、これらと式（1）、（4）よりによりΩB，ΩF に対する変位と節点力の関係式は式（6）のようであり、以下通常のＦＥＭによる解析手順と同様に数値計算できることになる。

$$\begin{bmatrix} H_I & \\ & H_B \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{BI} \\ U_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_I & \\ & G_B \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_{BI} \\ P_B \end{bmatrix} \qquad (2)$$

$$\begin{bmatrix} K_F & \\ & K_I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_F \\ U_{FI} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_F \\ F_I \end{bmatrix} \qquad (1)$$

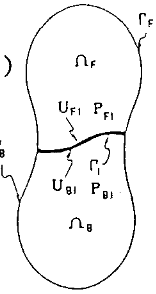
$$G^{-1} H \quad U \;=\; P \qquad (3)$$

$$M G^{-1} H U = F \qquad (4)$$

$$K' = M G^{-1} H$$

$$M = \int_{\Gamma} \Psi^{T} \Phi \, d\Gamma \qquad (5)$$

$$\begin{bmatrix} K_F & & \\ & (K_I + K'_I) & \\ & & K'_B \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_F \\ UF_I \\ U_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_F \\ O \\ F_B \end{bmatrix} \qquad (6)$$



図−１　記号の定義

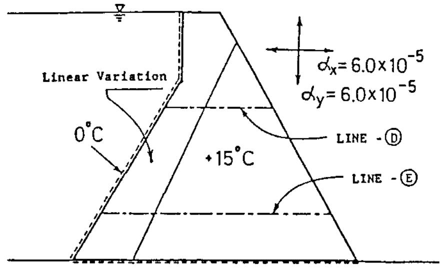
３．数値計算例および考察

本法の妥当生を検証するために、図−２に示すような半無限地盤上のバットレスダムが図示したような温度上昇を

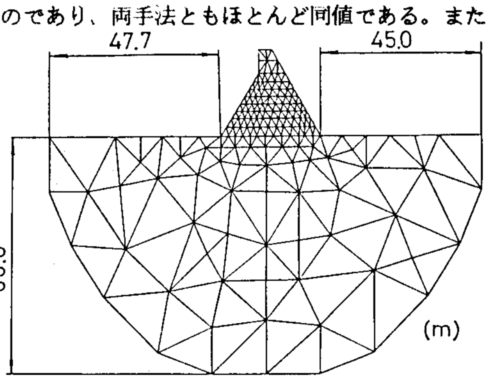
受ける場合のダム部の熱応力解析を行う。これに関しては O. C. ZienkiewiczがＦＥのみを用いて解析しており［２］、その分割図を図―３に示す。また Zienkiewiczはダム部と地盤面の境界ＢＣ面には断熱層を設置し、ダム部から地盤内への熱伝導はないものとしている。なお、ダム部の弾性係数Ｅ = 14000 t /m², ポアソン比ν = 0.25 である。

図―４に結合手法による場合の離散化状態を示す。ここではダム部をＦＥで、下部地盤をＢＥで評価している。なお本計算例の場合はＢＣに断熱層があるため、熱応力算定はダム部の有限要素領域内のみで行っている。

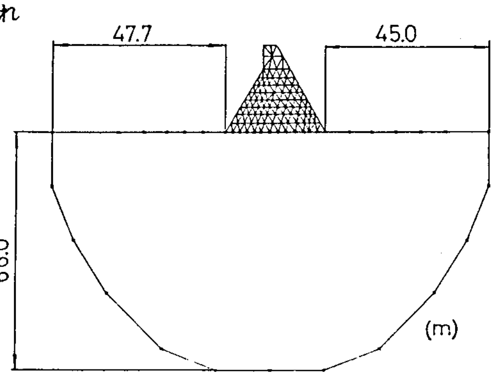
図―５は図―２のＡ―Ｂ部の水平方向の変位図である。●印は結合手法によるもの、○印は図―３によるＦＥ解析値である。両手法による計算値はほぼ同程度であるといえる。図―６はダム部の Line Ｄ上の主応力（σ_1 , σ_2 ）を図示したものであり、両手法ともほとんど同値である。また、これら両手法の計算ディテールを表―１に示す。同表より結合手法はＦＥＭに比べ、節点数で 30 %、要素数では約 50 %、計算機 ＣＰＵ time も約 20 % 節約でき、計算効率のよいことがわかる。



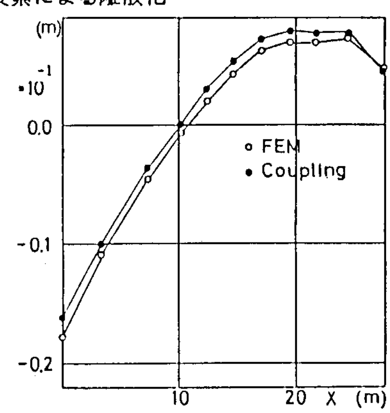
図―２　バットレスダム断面図



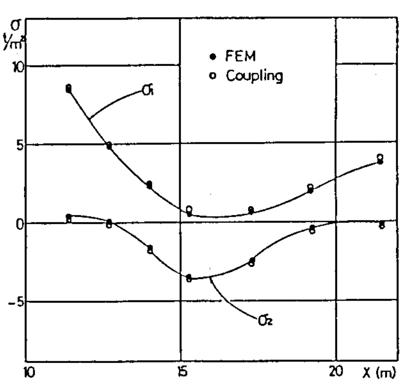
図―３　有限要素による離散化



図―４　結合手法による離散化



図―５　両手法の計算値の比較



図―６　ダム内部の主応力

４．あとがき

本文はＢＥ―ＦＥの結合手法が連続体熱応力解析に効果的に適用できることを数値計算例で示したものである。本計算例では熱応力算定をＦＥ領域のみで行っているが、ＢＥ領域での計算手法については今後の課題としたい。

表―１　計算ディテール（M-240H）

	NODE	ELM	CPU-TIME
Coupling	122	136	66.1 (s)
FEM	166	284	84.8 (s)
Coupling /FEM	0.73	0.48	0.78

参考文献：[1] Mitsui, Y., Y.Ichikawa, Y.Obara and T.Kawamoto A Coupled Scheme of Boundary and Finite Element using Joint Element, I.J. Num. Anal.Meth.Geo. (to be appeared).[2]O.C.Zienkiewicz （吉識他訳）：マトリックス有限要素法，培風館，p.50，1975.