

愛媛大学工学部 正員 大賀水田生
徳山高専 正員 重松 恒美
徳山高専 正員 原 隆

1. まえがき 著者らは通常の有限要素法に用いられる剛性マトリックスより誘導される伝達マトリックスを用いる方法 (FETM法) を板構造の線形および非線形問題に適用し、解の精度を落すことなく、有限要素法で必要なマトリックスサイズに比較して非常に小さなマトリックスの演算により解を求めることができることも報告している。そこで、本研究ではFETM法を薄肉断面部材に適用し、二、三の数値計算を行い、得られた結果を他の解析法による結果と比較することにより、本法の妥当性・有効性を検討した。さらに、本法をより複雑な構造物に適用するために、サブストラクチャーの概念を導入し、stripの内部に存在する節点をも処理できるように拡張した。

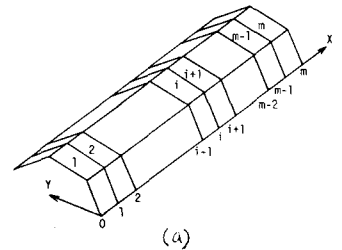
2. 薄肉断面部材に対する格向伝達マトリックス FETM法を図1-(a)に示すような薄肉断面部材に適用する場合、板構造の場合と同様、部材をstripに分割する。その際、分割方法として、長さ方向に分割する方法と断面方向に分割する方法が考えられるが、本研究では図1-(a)に示すように長さ方向に分割する方法を用いた。まず、それぞれのstripを $2(n-1)$ 個の有限要素(図1-(b))に分割し、要素剛性マトリックスを全体座標系に変換した後、それぞれのstripに組込む。さらに、得られたstripの剛性マトリックスを変換することにより、stripの左側節線上の節点変位および節点力と右側節線上のそれらとを結びつける格向伝達マトリックスが得られる。

3. 内部に節点をもつ場合の格向伝達マトリックス FETM法をより複雑な構造物に適用するために、境界節線上のみならず内部にも節点をもつ場合(図-2)の格向伝達マトリックスをサブストラクチャーの概念を導入し求める。左側境界上の節点自由度、右側境界上の節点自由度として内部節点自由度を区別して表示すると、サブストラクチャーの剛性マトリックスは次のように表される。

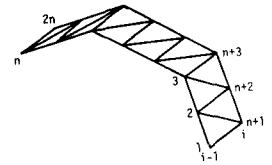
$$\begin{Bmatrix} F^L \\ F^I \\ F^R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ee} & K_{ei} & K_{er} \\ K_{ie} & K_{ii} & K_{ir} \\ K_{re} & K_{ri} & K_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta^L \\ \delta^I \\ \delta^R \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、添字L, R, Iはそれぞれサブストラクチャーの左側節線、右側節線として内部を示し、 K_{ee}, K_{ei}, K_{er} などはサブストラクチャーの剛性マトリックス K のサブマトリックスである。式(1)において内部節点変位 δ^I について解き、他の二式に代入すると、縮合された剛性マトリックスが得られる。

$$\begin{Bmatrix} F^L \\ F^R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ee} - K_{ei} \cdot K_{ii}^{-1} \cdot K_{ie} & K_{er} - K_{ei} \cdot K_{ii}^{-1} \cdot K_{ir} \\ K_{re} - K_{ri} \cdot K_{ii}^{-1} \cdot K_{ie} & K_{rr} - K_{ri} \cdot K_{ii}^{-1} \cdot K_{ir} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta^L \\ \delta^R \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} K_{ei} \cdot K_{ii}^{-1} \cdot F^I \\ K_{ri} \cdot K_{ii}^{-1} \cdot F^I \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} F^L \\ F^R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta^L \\ \delta^R \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$



(a)



(b)

図-1 薄肉断面部材

- Boundary node
- Inner node

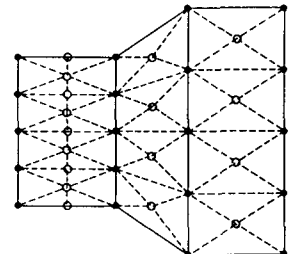


図-2 サブストラクチャー

次に、上式を右側境界上の節変位 δ^R 、節変力 F^R について解くと、サブストラクチャーの左右の境界上の状態量を関係づける式が次のように得られる。

$$\begin{Bmatrix} \delta^R \\ -F^R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_{12}^{-1} K_{11} & K_{12}^{-1} \\ K_{22} K_{12}^{-1} K_{11} - K_{21} & -K_{22} K_{12}^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta^L \\ F^L \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -K_{12}^{-1} F_1 \\ K_{22} K_{12}^{-1} F_1 - F_2 \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \delta^R \\ -F^R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta^L \\ F^L \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} T_{F1} \\ T_{F2} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

上式の右边をまとめると

$$\begin{Bmatrix} \delta^R \\ -F^R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{F1} \\ T_{21} & T_{22} & T_{F2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta^L \\ F^L \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \bar{z} = Tz \quad (4)$$

得られた伝達マトリックスを掛け合うことにより、左端の状態量を右端に伝達し、左右の境界条件を考慮して未知状態量を決定する。また、非線形解析手法には増分法を用い、弾塑性挙動に関して、材料はPrandtl-Reussの式に従うものとし、降伏の判定にはVon-Misesの降伏条件を用いた。さらに、移動座標を用い、剛体変位を除去することにより幾何学的非線形性を考慮した。なお、各荷重段階での収束計算はNewton-Raphson法により行った。

4. 数値計算および検証 開発したプログラムを用いて数値計算を行った。図-3に中央に半径 $r=a/10=10\text{ cm}$ の内孔を有する四辺単純支持板（一辺 $a=100\text{ cm}$ 、板厚 $t=1.0\text{ cm}$ ）が一方向面内荷重を受ける場合の点Cでの荷重-たわみ曲線を示している。解析モデルは対称性を考慮して $1/2$ 板とし、3-3、4-4分割について計算を行った。なお、本数値計算では次の初期たわみを仮定している。

$$w_0 = 0.1 t \cdot \sin(\pi x/a) \cdot \cos(\pi y/a)$$

ところで、FETM法を本例に適用する場合、図-4に示すような二種類のstripに対する格間伝達マトリックスを導入する必要がある。strip(a)には内部節点がなく、格間伝達マトリックスは式(3)の右辺第一項で与えられる。一方、strip(b)では内部節点が存在し、格間伝達マトリックスは式(4)で与えられる。図-3には有限要素法による結果も同時に示しているが、両解析法による結果はいずれの分割数でも非常に良く一致している。なお、基準座屈荷重 P_{cr} は内孔が無い場合の値を採用している。また、同時に示している内孔が無い場合($r=0$)の結果は板中央でのたわみ曲線である。次に、図-5に示す両側面中央に内孔($r=4\text{ cm}$)を有する両端固定の箱形断面部材の荷重-たわみ曲線を図-6に示している。載荷状態はスパン中央に作用する線荷重とし、解析モデルは対称性を考慮して $1/2$ 断面とした。本例でも、FETM法による結果は有限要素法による結果と良く一致している。

参考文献

- 1) M. Ohga, T. Shigematsu, T. Hara: Structural Analysis by a Combined Finite-Element Transfer Matrix Method, Com&Struc., 1983
- 2) 大賀他: FETM法の非線形問題への適用について, 第38回年次学術講演会概要集, 1983

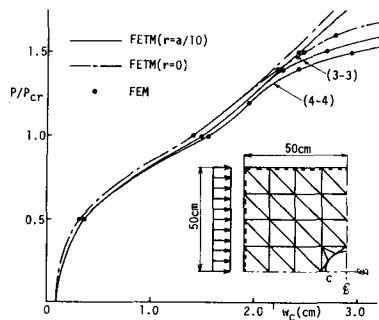


図-3 荷重-たわみ曲線

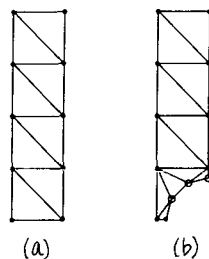


図-4 帯板要素

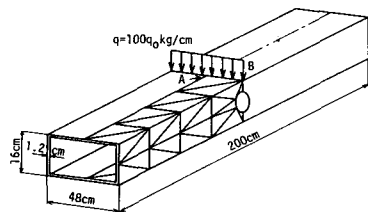


図-5 解析モデル

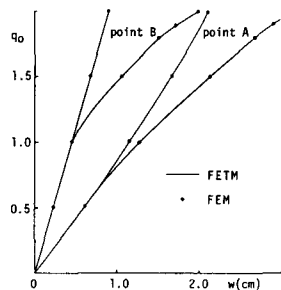


図-6 荷重-たわみ曲線