

鳥取大学大学院 学生員 〇中谷義紀
鳥取大学工学部 正 員 神部俊一
鳥取大学大学院 中本祐志

1. まえがき

前回に、一般化座標法と還元法により再定式化する手法¹⁾を発表したが、本稿では、この手法を一端固定、他端単純支持された等断面の二室断面箱桁に適用して数値解析を行ない、横断面のゆがみに関連する断面力と変形量の桁軸方向の分布性状を明らかにした。

2. 自由量と境界条件

以下において、箱桁の横断面の面外変位の自由度を m 、面内変位の自由度を n とする。数値解析に用いた構造モデルの固定端と回転端における制約条件並びに自由量を示すと以下になる。

制約条件 固定端: $\hat{U}_{p,0} = 0, \hat{U}_{s,0} = 0, \hat{V}_0 = \alpha^2 \hat{X}_p \hat{\alpha}_p \hat{M}_{s,0}$

回転端: $\hat{M}_{p,l} = 0, \hat{M}_{s,l} = 0, \hat{V}_l = 0$

———— (1) ~ (6)

自由量 固定端: $\hat{M}_{p,0}, \hat{M}_{s,0}, \hat{Q}_{p,0}, \hat{Q}_{s,0}, \bar{Q}_0$

ただし、 p は固有値が零の重複度で $q = m - p$ である。なお記号の詳細については、参考文献¹⁾を参照されたい。なお、固定端(始端)における自由量は、回転端(終端)での制約条件によって定めることができる。

3. 格間行列

本論文では、還元法で重要な役割を演ずる格間行列において、多項式を含む項と双曲線関数を含む項とを分離するように工夫を払い、さらに双曲線関数を単位化するという手法を二室断面箱桁に適用して数値解析を行なった。以下において、その手法について具体的に述べる。

格間行列と初期状態量ベクトルは、それぞれスパン伝達ストリックスおよび前節で示した自由量に荷重項 $\hat{Q}_p^*$, $\hat{Q}_s^*$ を考慮に入れて構成される。すなわち格間行列は、 $4m+2n+1$ 次の正方行列であり、また初期状態量ベクトルは $4m+2n+1$ 次の列ベクトルである。これより、任意点 z における状態量ベクトルを求めるための関係式を示すと次のようになる。

$$Y_z = F \cdot Y_0 \quad \text{———— (2)}$$

ここに、

$$Y_z = [\hat{V}_z, \hat{U}_{p,z}, \hat{U}_{s,z}, \hat{M}_{p,z}, \hat{M}_{s,z}, \hat{Q}_{p,z}, \hat{Q}_{s,z}, \bar{Q}_z, \hat{Q}_p^*, \hat{Q}_s^*, 1]^T \quad \text{———— (3)}$$

$$Y_0 = [\hat{V}_0, \hat{U}_{p,0}, \hat{U}_{s,0}, \hat{M}_{p,0}, \hat{M}_{s,0}, \hat{Q}_{p,0}, \hat{Q}_{s,0}, \bar{Q}_0, \hat{Q}_p^*, \hat{Q}_s^*, 1]^T \quad \text{———— (4)}$$

ただし、 Y_z は任意点 z における状態量ベクトルであり、 Y_0 は初期状態量ベクトルを表わす。ともに $4m+2n+1$ 次の列ベクトルである。また記号 F は、格間行列と意味しており、 $4m+2n+1$ 次の正方行列である。

格間行列の具体的な表示式を記載するのは紙面の都合により省略するが、この格間行列 F は、 $l_1, l_2, \dots, l_k$ を格間長とすれば等断面の場合次の性質

$$Y_k = F(l_k) \cdot F(l_{k-1}) \cdots F(l_1) Y_0 = F(l_k + l_{k-1} + \cdots + l_1) Y_0 \quad \text{———— (5)}$$

を有することは確かである。

式(3)の赤字がかった状態量 $\hat{M}_{p,z}, \hat{U}_{p,z}$ に対する表示式には双曲線関数項のみが含まれているので、 $\bar{C}_{hg}(z) = \text{diag}(\cosh \bar{\omega}_j z)$ (ただし、 $\bar{\omega}_j \neq 0$ ($j=1, \dots, q$) なる q 次の対角行列を導入し、格間行列の性質を利用すると、これらの状態量を単位化することができる。これを $\hat{M}_{p,z}$ について固定端(始端)における制約条件と自由量と

に注意して具体的に表示すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} \hat{C}_{y_1(\bar{x})}^{-1} \hat{C}_{y_2(\bar{x})}^{-1} \cdots \hat{C}_{y_n(\bar{x})}^{-1} \hat{M}_y(\bar{x}+t_1+t_2+\cdots+t_n) &= \hat{C}_{y_1(\bar{x})}^{-1} \hat{C}_{y_2(\bar{x})}^{-1} \cdots \hat{C}_{y_n(\bar{x})}^{-1} \hat{K}_M(\bar{x}+t_1+t_2+\cdots+t_n) \hat{M}_{y_0} + \hat{C}_{y_1(\bar{x})}^{-1} \hat{C}_{y_2(\bar{x})}^{-1} \cdots \hat{C}_{y_n(\bar{x})}^{-1} \hat{K}_Q(\bar{x}+t_1+t_2+\cdots+t_n) \hat{Q}_{y_0} \\ &\quad + \hat{C}_{y_1(\bar{x})}^{-1} \hat{C}_{y_2(\bar{x})}^{-1} \cdots \hat{C}_{y_n(\bar{x})}^{-1} \hat{K}_L(\bar{x}+t_1+t_2+\cdots+t_n) \hat{Q}_y^* \end{aligned} \quad (6)$$

なお、対角行列 $\hat{K}_M(\bar{x})$, $\hat{K}_Q(\bar{x})$, $\hat{K}_L(\bar{x})$ の具体的な内容については紙面の都合上省略する。

この様に、状態量列ベクトルを単位化すれば、右辺の $\hat{M}_{y_0}$, $\hat{Q}_{y_0}$, $\hat{U}_{y_0}$, $\hat{Q}_y^*$ の係数行列に含まれる成分の値はいずれも 1 に近い値となり、双曲線関数項の値が著しく大きくなることによる数値計算上の難点を解消することができる。それゆえ式(6)の左辺の値が、精度よく求まる。さらに式(6)で求めた値から $\hat{M}_y(\bar{x}+t_1+t_2+\cdots+t_n)$ を求めるために次の操作が必要である。

$$\hat{C}_{y_1(\bar{x})}^{-1} \hat{C}_{y_2(\bar{x})}^{-1} \cdots \hat{C}_{y_n(\bar{x})}^{-1} \hat{M}_y(\bar{x}+t_1+t_2+\cdots+t_n) = \hat{\hat{M}}_y(\bar{x}+t_1+t_2+\cdots+t_n) \quad (7)$$

と定義すると $\hat{\hat{M}}_y(\bar{x}+t_1+t_2+\cdots+t_n)$ は次式で与えられる。

$$\hat{\hat{M}}_y(\bar{x}+t_1+t_2+\cdots+t_n) = \hat{C}_{y_1(\bar{x})} \hat{C}_{y_2(\bar{x})} \cdots \hat{C}_{y_n(\bar{x})} \hat{\hat{M}}_y(\bar{x}+t_1+t_2+\cdots+t_n) \quad (8)$$

以上 $\hat{M}_y(\bar{x})$ に対する処理方法について示したが、 $\hat{U}_y(\bar{x})$ の場合についても解法の手順は全く同様である。

次に、

$$\hat{M}(\bar{x}) = X^T M(\bar{x}) = X^T [\hat{M}_p(\bar{x}) ; \hat{M}_y(\bar{x})]^T = [\hat{M}_p(\bar{x}) ; \hat{M}_y(\bar{x})]^T \quad (9)$$

の関係を利用すれば、横断面の中がみに関連する一般化断面力 $\hat{M}_y(\bar{x})$ を求めることができる。図-1には、このようにして求めた $\hat{M}_y(\bar{x})$ ($y=1, 2$) の新軸方向の分布状態について示した。また、

$$\hat{\hat{V}}(\bar{x}) \equiv \hat{V}(\bar{x}) + \lambda^2 \hat{X}_y^T \hat{\Omega}_y^2 \hat{M}_y(\bar{x}) \quad (10)$$

の関係を利用すれば、 $\hat{\hat{V}}(\bar{x})$ および $\hat{M}_y(\bar{x})$ は既知量なので $\hat{V}(\bar{x})$ は、

$$\hat{V}(\bar{x}) = \hat{\hat{V}}(\bar{x}) - \lambda^2 \hat{X}_y^T \hat{\Omega}_y^2 \hat{M}_y(\bar{x})$$

として求めることができる。

変断面の場合については、漸化式に類似のアルゴリズムを開発しているが、紙面の都合上省略する。

4. 計算結果

図-1 に構造モデルに偏心荷重を作用させた場合の横断面の対称および非対称性がみに関連する面外方向の一般化断面力の新軸方向変化について示した。また、図-2 には同じく対称および非対称性がみに関連した一般化面内変位の新軸方向変化について示した。この結果を考察すると本解法によれば、数値計算上の難点である双曲線関数による振動を防止することができ、また精度よく任意点における状態量ベクトルの値が求まると考えられる。現在、上述の漸化式に類似のアルゴリズムを変断面の場合に適用して解析中である。

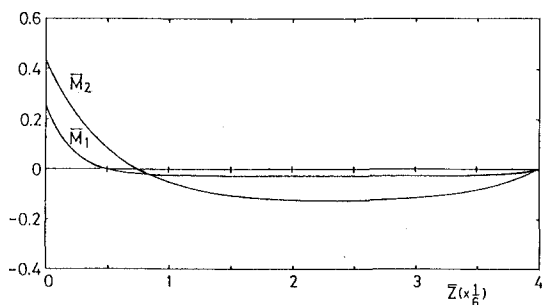


図-1

M_1 : 対称性がみに関連する面外方向の一般化断面力
 M_2 : 非対称性がみに関連する面外方向の一般化断面力

参考文献

1) 神部, 中谷: 一般化座標法の還元法による定式化, 土木学会第38回年次学術講演会講演概要集, I-66

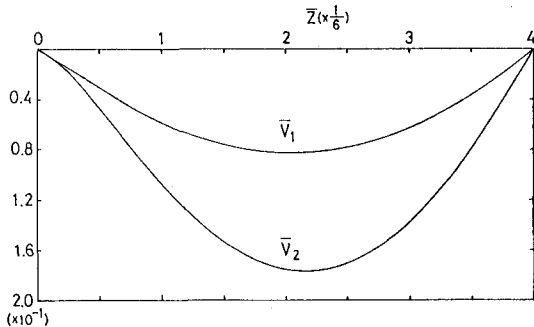


図-2

V_1 : 対称性がみに関連した一般化面内変位
 V_2 : 非対称性がみに関連した一般化面内変位