

岡山大学工学部 正 員 谷口健男

岡山大学大学院 学生員 ○曾我 明

1. まえがき 近年、構造解析において有限要素法は広く用いられており、電算機のもてまじい発達にともない、しだいに巨大な系の解析をも行えるようになってきた。これらの解析は最終的に連立一次方程式を解く問題に帰着される場合が多く、一般に直接法を用いて解かれているわけである。得られた解は丸め誤差や桁落ちによる数値誤差を含み、系が大きくなるにつれてそれらの影響は無視できなくなってくるという事実は、有限要素法の有用性により見落されがちである。そこで、本研究ではどの程度の規模計算で解はどの程度の桁まで信頼できるのかという目安の確立を目的とし、妥当なモデルマトリックスを対象として実計算、特に工学の分野でよく利用される帯行列法を用いたときの数値誤差の発生要因の抽出及び、その伝播を数値実験によりとらえようとするものである。

2. 数値誤差に影響を及ぼす要因及び数値実験 数値実験を行うに当たって、どの解法を用いるかによって解は変化する。ここではガウスの消去法を基本とする帯行列法を解法として用いる。対象を均質系に限定し、従って数値誤差に影響を及ぼす要因として、①計算機の内部演算による有効桁数以下の数値の取扱い、②元数、③半帯幅、④対角項と非対角項の数値比、⑤消去順序を考える。数値実験のモデルとしては、個々の要因の抽出を図るため、①～④については、図-1に示すような、対角項の値は一定で、非対角項の非零項の値及び配置が一定であるようなモデル行列を想定する。この行列の構造系モデルは図-2のようになる。⑤については図-3に示すようなモデルを用い、自由端側から及び固定端側からの消去演算を行い、比較・検討する。ただし節々剛度を1.0とし、全節点に1.0を載荷した。また誤差評価としては、すべて倍精度計算を行って得られた解を真値として最大の相対誤差を示す点で行うことにする。なお、用いた計算機の機種はACOSシステム1000モデル20で、使用言語はFORTRAN 66, 77の2種類を使用する。

### 2-1. 各種要因に対する数値実験

〔実験Ⅰ〕計算機の内部演算による有効桁数以下の数値の取扱い；有効桁数以下の取扱いとして四捨五入を用いるFORT66と切り捨てを用いるFORT77を使って、図-1に示すモデル行列のA, Bをそれぞれ4:-1、半帯幅を3、元数を1000～8000元として消去演算を行い解の精度を比較・検討した。結果を図-4に示す。これより、有効桁数以下の数値の取扱いとして四捨五入を用いるほうが、切り捨てを用いるのに比べて解の精度が2ケタほど良いことがわかる。すなわち、計算機において有効桁数以下の数値の取扱いの選択が可能な場合は、四捨五入を用いるべきである。この結果より、本数値実験ではFORT66を用いる。

〔実験Ⅱ〕元数及び半帯幅の影響；図-1に示すモデル行列のA, Bをそれぞれ4:-1、半帯幅を3～40、元数を1000～4000元として消去演算を行い解の精度を求めた。結果を図-5及び図-6に示す。これより、元数が大きくなるにつれて誤差は増大し、半帯幅が大きくなるにつれて誤差は減少することがわかる。ただしこの数値実験ではモデル行列を対象としているため、半帯幅の増加は演算回数の増加、並びに境界節点数（固定点に隣接する点数の意、以下同様）の増加をともなう。そこで、両者のどちらの要因が卓越するかを調べるため、実験Ⅱで得られた結果をすべて、横軸にS値（＝境界節点数／全節点数）、縦軸に数値誤差をとってプロットしてみた。その結果を図-7に示す。これより、元数、半帯幅（演算回数としての意）よりも、S値という概念でもっておよその誤差発生量を把握できるのではないかという推論を得る。すなわち、S値が約0.01以上であれば解の精度は4桁は保証できるといえよう。

〔実験Ⅲ〕数値比の影響；図-1に示すモデル行列のA, Bをそれぞれ4:-1, 6:-1, 8:-1、半帯幅を10～40、元数

を1000～3000元として消去演算を行い解の精度を比較・検討した。結果を図-8に示す。これより対角項と非対角項の数値比が大きいほうが解の精度は良いことがわかり、実験Ⅱで得られた $S$ 曲線の上段以下に誤差はおさまるものと考えられる。

〔実験Ⅳ〕消去順序の影響；図-3に示す構造系モデルを用いて、半帯幅3～25、元数を1000～4000元として自由端側から及び固定端側からの消去演算を行い、解の精度を比較・検討した。結果を図-9、図-10に示す。またこの結果を $S$ 値-誤差の関係を表す図-7上にプロットすると、図-11になる。このことより、 $S < 1/250$ の時は自由端側から、 $S > 1/250$ の時は固定端側からの消去のほうが解の精度はよく、消去順序を考察して解けば、誤差はやはり $S$ 曲線の上段以下におさまるものと考えられる。

3. 考察及びあとかぎ 以上のことより、計算機の有効桁数以下の数値の取扱いとしては、切り捨てよりも四捨五入を用いたほうが、解の精度はよく、また誤差の評価の一つの尺度として $S$ 値の有効性が確認できる。今回用いた均質系のモデル行列について、これを帯行列法を用いて解いた場合の解の精度の目安としては、帯幅が10～40くらいの方程式であれば、1000元で $2 \times 10^{-5} \sim 4 \times 10^{-6}$ 、2000元で $4 \times 10^{-5} \sim 7 \times 10^{-6}$ 、3000元で $1 \times 10^{-4} \sim 9 \times 10^{-6}$ 、4000元で $2 \times 10^{-4} \sim 9 \times 10^{-6}$ 、ぐらいの誤差が発生すると考えられ、3000元ぐらいいでたと解の精度は4桁は保障できるといえる。

参考文献 1) J.R.Roy, Proc. ASCE, ST4, 1971, PP 1039～1055

2) 谷口・表江 土木学会中国国支部 昭和58年度學術講演会 I-18, 1983

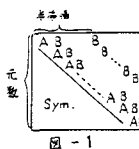


図-1



図-2



図-3

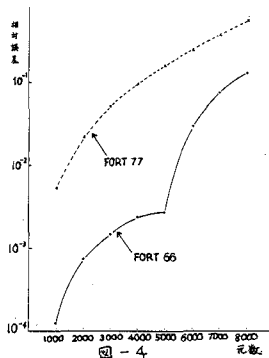


図-4

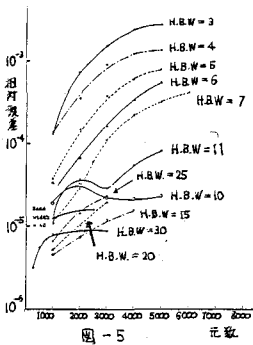


図-5

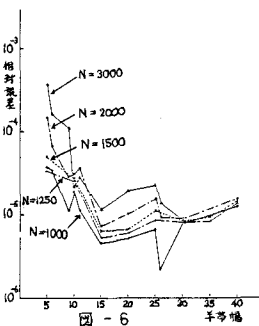


図-6

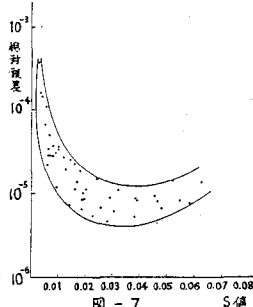


図-7

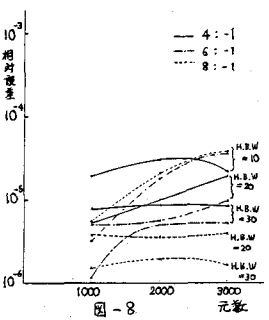


図-8

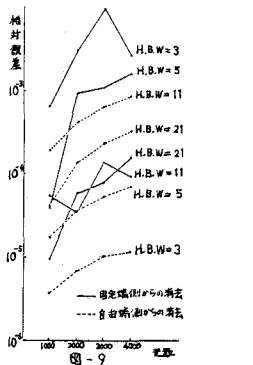


図-9

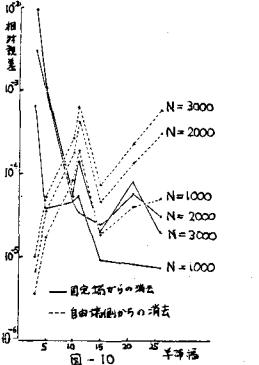


図-10

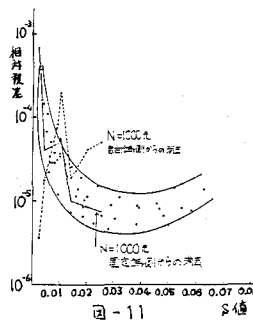


図-11