

東海大学海洋学部 正員 北原道弘

京都大学工学部 正員 丹羽義次, 高瀬壮一

運輸省 正員 池田秀文

1. はじめに

本報告は半無限地盤内構造物の波動問題の解析に積分方程式法を応用するものであり, 研究の特徴を列挙すると次のようになる。

(i) 半無限境界上では構造物の存在により生じる散乱波 $u_s = u - u_i - u_R$ 及び $t_s = t - t_i - t_R$ について積分方程式を立てる。地下構造物と地盤の境界上では全変位 u 及び全表面力 t について積分方程式を立てる。(u_i : 入射波, u_R : 反射波, u_s : 散乱波)

(ii) Rayleigh 波を考慮した半無限要素を用いる。

(iii) 2次元アイソパラメトリック要素を用いる。

(iv) 低周波数域での特異性を解析的に除去する。

上記4点を考慮し, 半無限弾性体中に空洞, 周囲とは異質の弾性体, および流体が存在するモデルを考え, フーリエ変換法を用いて非定常応答解析を試みた。

2. 定式化

Fig.1 に示すようなモデルを考え, u_i を入射波, u_R を半無限境界 (∂D_2) 上の反射波, u_s を構造物の存在により生じる散乱波とする。即ち, 全変位 u 及び全表面力 t を次のように表現する。

$$\left. \begin{aligned} u &= u_i + u_R + u_s \doteq u_i' + u_s \\ t &= t_i + t_R + t_s \doteq t_i' + t_s \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに, u_i' 及び t_i' は入射波 u_i が与えられれば定まる量である。散乱波 u_s が放射条件を満足すること, 及び, u_i' が D_2 で正則であることを考慮すると, u_s 及び u_i' について次の積分表現を得る。

$$\left. \begin{aligned} \int_{\partial D_1 \cup \partial D_2} U(x, y) t_s(y) dS_y - \int_{\partial D_1 \cup \partial D_2} T(x, y) u_s(y) dS_y \\ = \begin{cases} u_s(x) & x \in D_e \\ 0 & x \in D_e^c \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

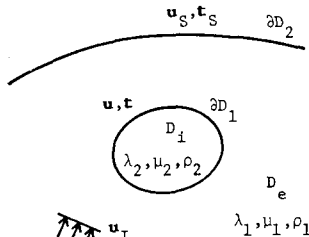


Fig.1 Inclusion and semi-infinite boundary

$$\left. \begin{aligned} \int_{\partial D_1} T(x, y) u_i'(y) dS_y - \int_{\partial D_1} U(x, y) t_i'(y) dS_y \\ = \begin{cases} u_i'(x) & x \in D_i \\ 0 & x \in D_i^c \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(2), (3)より, 内部境界 (∂D_1) 上の u , t 及び半無限境界 (∂D_2) 上の u_s , t_s に関する次の積分表現を得る。

$$\left. \begin{aligned} \int_{\partial D_1} U(x, y) t(y) dS_y + \int_{\partial D_2} U(x, y) t_s(y) dS_y \\ - \int_{\partial D_1} T(x, y) u(y) dS_y - \int_{\partial D_2} T(x, y) u_s(y) dS_y \\ = \begin{cases} u(x) - u_i'(x) & x \in D_e \\ -u_i'(x) & x \in D_i \\ 0 & x \in (D_i \cup D_e)^c \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$= \begin{cases} -u_i'(x) & x \in D_i \\ 0 & x \in (D_i \cup D_e)^c \end{cases} \quad (5)$$

境界上の積分方程式は式(5), (6)より次のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} \int_{\partial D_1} U(x, y) t(y) dS_y + \int_{\partial D_2} U(x, y) t_s(y) dS_y \\ - \int_{\partial D_1} T(x, y) u(y) dS_y - \int_{\partial D_2} T(x, y) u_s(y) dS_y \\ = \begin{cases} C u(x) - u_i'(x) & x \in \partial D_1 \\ C u_s(x) & x \in \partial D_2 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$= \begin{cases} C u(x) - u_i'(x) & x \in \partial D_1 \\ C u_s(x) & x \in \partial D_2 \end{cases} \quad (8)$$

式(7), (8)を与えられた入射波 u_i について解けば, ∂D_1 上の u , t 及び ∂D_2 上の u_s , t_s が求まり, D_e 内の場合は(4)により定まる。また, 解析の対象として各モデルに関する連続条件と境界条件は次のようである。

内部境界 ∂D_1 上

D_2 が空洞 : $t^e = 0$

D_2 が弾性体 : $u^e = u^i, t^e = -t^i$

D_2 が流体 : $u^e \cdot n^e = (-n^i) \cdot \nabla p^i / \rho \omega^2$

$t^e = p^i n^i$ (p^i は流体圧)

半無限境界 ∂D_2 上

各モデルについて $t^e = 0$ 。

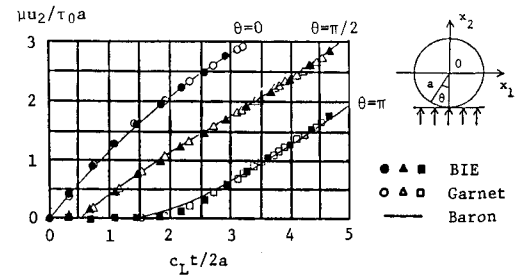
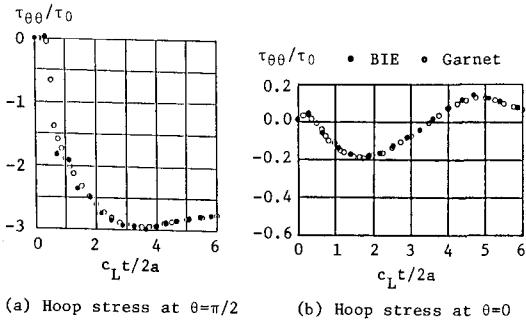
3. 数値解析例

はじめに“2”述べた処置(i)~(iv)を行ない, 上記各モデルに対する変形, 応力特性を検討した。処置(i)により, u_s について半無限境界上での Rayleigh 波を考慮した半無限要素(処置(ii))と接続が可能となり, 処置(iii)により境界上の接線応力の精度が向上し, また処置(iv)により低周波数域での解が安定する。Table 1 は定常解の

精度をチェックしたものである。モデルは無限体中の空洞(半径 a)にSV波が入射したものであり、空洞周上の半径方向の変位と周方向の変位を Mow & Mente の解²⁾と比較したものである。これより、有効数4桁の精度が保証されていることがわかる。なお、Mow & Mente の解は文献2)に示された変位の級数表現より15項を取、2計算したものである。非定常解のチェックを行なったものが Fig.2 である。モデルは無限体中の空洞に応力波(振幅 τ_0 を持つP波)が入射したものであり、空洞周上の接線応力と変位の時間的变化を Garnet & Crouzet-Pascal の解³⁾及び Baron & Farnes の解⁴⁾と比較したものである。本手法による解と Garnet & Crouzet-Pascal の解がよく一致していることがわかる。Fig. 3は半無限弾性体中に、より剛な弾性体($\lambda_2=\lambda_1$, $\mu_2=4\mu_1$, $\rho_2=\rho_1$, $\nu_2=\nu_1=0.25$)が存在する場合の各時間ステップにおける変形と接線応力を示している。入射波はSV波であり、入射角は 33.75° である。他の解析例及び詳細については当日報告する。

Table 1 Steady displacement fields on a circular hole (SV-wave, $ak_T=1.0$, $N=48$)

θ deg.	$ u_r / u_\theta $		$ u_0 / u_1 $	
	BIE	Mow&Mente	BIE	Mow&Mente
0	0.0001	0.0000	0.8260	0.8260
15	0.4504	0.4504	0.7189	0.7189
30	0.6886	0.6886	0.5921	0.5921
45	0.6266	0.6266	0.7780	0.7779
60	0.4832	0.4832	1.0150	1.0149
75	0.7804	0.7804	1.0087	1.0086
90	1.2290	1.2291	0.7098	0.7096
105	1.4984	1.4985	0.2489	0.2489
120	1.5055	1.5056	0.4060	0.4059
135	1.2877	1.2878	0.8666	0.8666
150	0.9234	0.9234	1.2120	1.2121
165	0.4790	0.4791	1.4190	1.4190
180	0.0000	0.0000	1.4878	1.4878



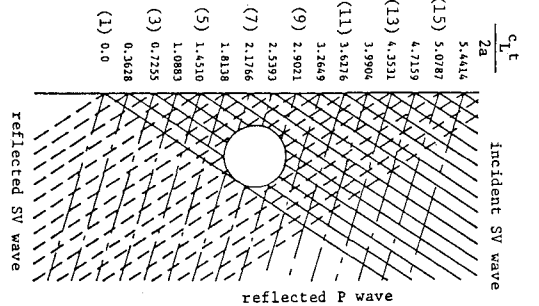
(c) Displacements (u_2) at $\theta=0, \pi/2$ and π

Fig.2 Transient stresses and displacements

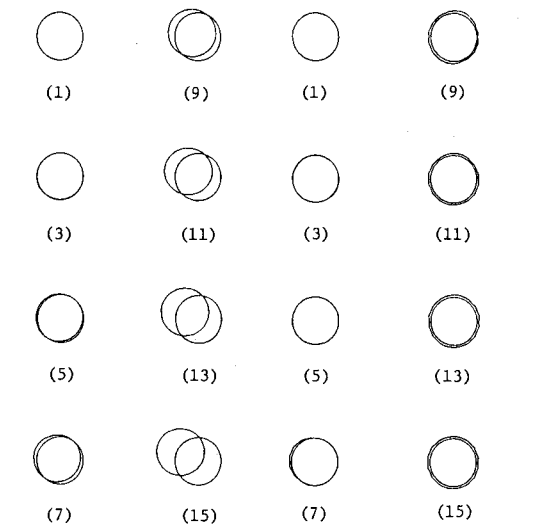
z'あり、空洞周上の接線応力と変位の時間的变化を Garnet & Crouzet-Pascal の解³⁾及び Baron & Farnes の解⁴⁾と比較したものである。本手法による解と Garnet & Crouzet-Pascal の解がよく一致していることがわかる。Fig. 3は半無限弾性体中に、より剛な弾性体($\lambda_2=\lambda_1$, $\mu_2=4\mu_1$, $\rho_2=\rho_1$, $\nu_2=\nu_1=0.25$)が存在する場合の各時間ステップにおける変形と接線応力を示している。入射波はSV波であり、入射角は 33.75° である。他の解析例及び詳細については当日報告する。

参考文献

- 1) 木下, 小林, 西村; 第36回年講, pp.527~528, S.58.
- 2) Mow, C.C. & Mente, L.J.; J. Appl. Mech., Vol. 30, pp.598-604, 1963.
- 3) Garnet, H. & Crouzet-Pascal, J.; J. Appl. Mech., Vol. 33, pp.521~531, 1966.
- 4) Baron, M.L. & Farnes, R.; J. Appl. Mech., Vol. 29, pp.385~395, 1962.



(a) Wave fronts of incident and reflected waves



(b) Deformation ($\mu/\tau_0 a$) (c) Hoop stress $\tau_{\theta\theta}/\tau_0$

Fig.3 Transient deformations and stresses