

東北大学工学部 正 員 ○ 岩熊 哲夫
 東北大学工学部 学生員 酒井 達史
 東北大学工学部 正 員 倉西 茂

1. まえがき

Timoshenko 梁に相当する棒部材の有限変位理論は古くから研究されている。筆者等はその支配方程式を整理し、柱の軸圧縮力に対する座屈を解析することによって、仮定されたせん断変形の影響を定量的に評価した¹⁾。この報告では、片持ち梁の自由端にせん断力、あるいは軸圧縮力が作用した場合の有限変位挙動を数値的に解析し、いわゆるエラスティカの厳密解と比較検討することによって、せん断変形の影響の再評価を試みる。さらに、残留応力が存在する場合の柱の圧縮座屈を解析し、塑性硬化とせん断変形との影響を明らかにする。数値解析は、常微分方程式の数値積分による解法を用いて、支配方程式を2点間の境界値問題として解く。また、非弾性構成方程式としては、変形理論に基づくひとつのモデルを用いた。¹⁾

2. 基礎方程式

基礎となる方程式は、微小変形の範囲で定式化された Timoshenko 梁理論で仮定される変位場と同様のものを用い、仮想仕事の原理に代入することによって求める。

解くべき支配方程式は文献1に詳しく誘導され、陽な形で示されているので、ここでは省略する。得られるつりあい式は、2つの無次元パラメータを導入することによって、無次元化された6連の一階常微分方程式で表わされる。2つのパラメータのひとつは細長比であり、もうひとつがせん断変形と直接関係するパラメータで、ヤング率とせん断弾性係数との比で表わされ、それを α とすると、 $\alpha = E/KG$ で定義される。ここに、 E がヤング率、 G がせん断弾性係数。 K はせん断係数と呼ばれるもので、Timoshenko 梁で仮定されるせん断変形の簡便な断面内分布を、現実的なものに補正するための係数である²⁾。この係数は、等方弾性体の微小変位理論に基づいて導入されたものであり、ポアソン比と断面形状に依存する量である。有限変位理論における K の形は求められていないが、比較的変形の小さな範囲では文献2の定義を用いてよいと、ここでも同じ定義式を任意の変形状態に対して用いた。

3. エラスティカとの比較

梁が非常に細長くなればなるほどせん断変形の影響は無視でき、さらにひずみ成分の内、曲げによるひずみが軸力によるひずみに対して卓越してくるため、梁の軸の伸びひずみも無視できるようになる。この軸の不伸張を仮定した棒の理論も古くから研究されており、いわゆるエラスティカの理論と呼ばれている。この理論ではいくつかの問題を解析的に解くことができるため、その内のふたつを用いてせん断変形の影響を評価する。解析する問題は片持ち梁にせん断力か、軸力が作用する場合である。図1と図2に、細長比が10の場合の結果を示した。細長比が10というのは、円柱で高さが断面の半径の5倍の場合に相当する。

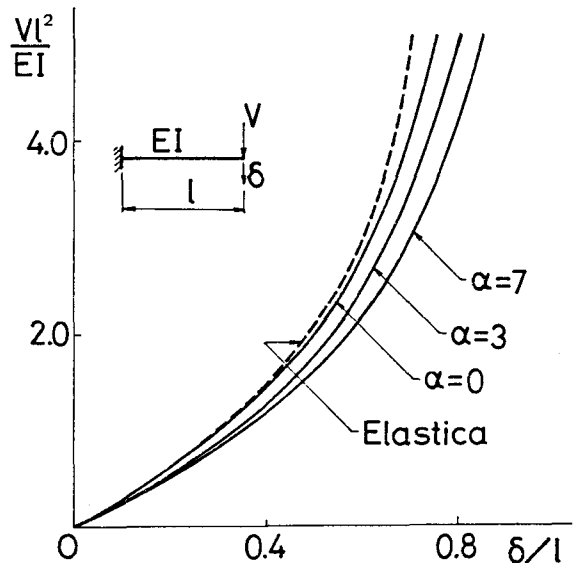


図1. せん断力の作用する片持ち梁

図中の破線がエラスティカの応答であるが、いずれの場合もせん断変形の影響が大きくなる程、つまり α が大きい程、変形量も大きくなっている。圧縮座屈でせん断変形を無視した場合の座屈荷重の方がエラスティカのものより大きくなっているのは、軸の縮みのために座屈直前の実際の柱の高さが小さくなっているためである。

4. 残留応力のある柱の座屈

文献1で用いた変形理論タイプの非弾性構成関係に従う材料でできたI型断面の柱の圧縮座屈を、フランジに線形分布する残留応力が存在する場合に対して解析した。仮定した塑性硬化の影響は、細長比パラメータが .5 より小さい場合に対して顕著である。また、せん断変形の影響は、細長比パラメータが .2 以下にならないと現われてこない(図3)。細長比パラメータの小さな柱では、せん断変形はその耐荷力を小さくする傾向にあり、いかに塑性硬化によって抵抗する応力が上がり得ても、座屈荷重の上昇は少ない。

5. 考察

以上の結果を考察すると、いずれの場合にも、せん断変形の影響を考慮することによって、部材

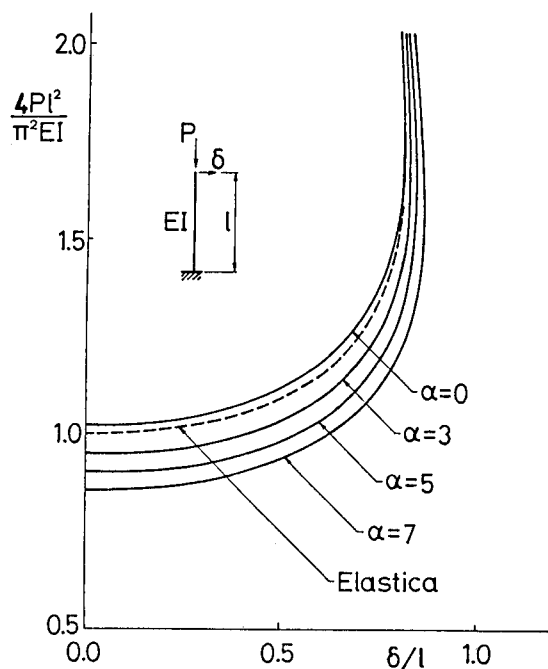


図2. 片持ち梁の軸圧縮

の応答変形は大きくなる傾向にある。この報告では残留応力以外の初期不整の無い部材を取り扱ったが、一般には何らかの不整が存在するため、部材中の応力状態は多軸状態となり、せん断変形の影響は部材の降伏を早めることになり、安全側の予測のためには、せん断変形の考慮は不可避であり、さらに精密な非弾性構成方程式の導入が必要となる。

《参考文献》

- 1) 岩熊、倉西：はり理論におけるせん断変形の影響、土木学会論文集 No.344/I-1, pp74-84, 1984.
- 2) Cowper, G.R.: The shear coefficient in Timoshenko's beam theory, J. Appl. Mech. Vol. 33, pp.355-340, 1966.

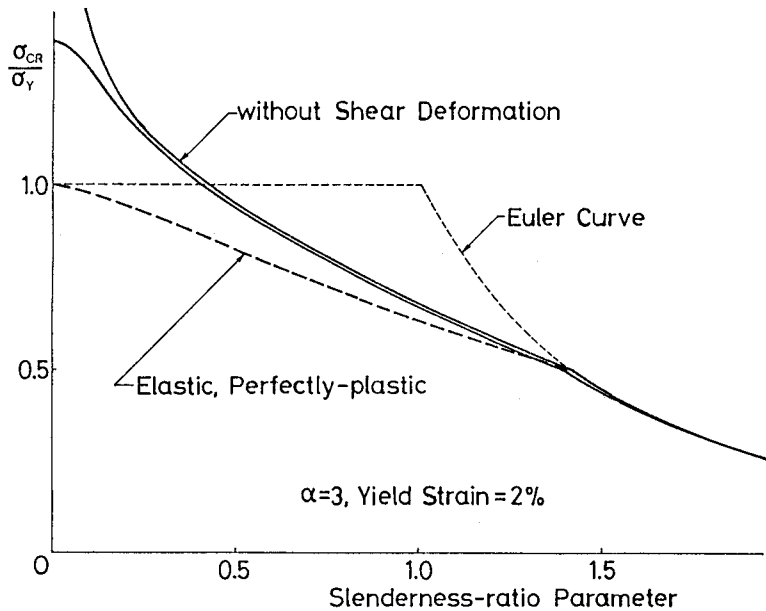


図3. 残留応力のあるI型柱の非弾性座屈