

横浜国立大学大学院 学生会員 江田 徹

横浜国立大学工学部 正会員 椿 龍哉

横浜国立大学工学部 正会員 池田 尚治

1. まえがき

コンクリート構造物において不規則な境界面に複雑な表面荷重を受ける場合、その厳密解を求めることは困難な場合が多い。一般にこのような構造物の解析をする場合には、有限要素法等による数値的な解法が有効である。本研究では、周期的温度変化を受ける任意形状の2次元のコンクリート構造物内の定常的な温度分布および応力分布を求めるために有限要素法による数値解析を行う。応力の発生状況については、コンクリートの粘弾性の影響も含めて、外部的拘束の有無による相違に着目して考察する。

2. 有限要素法による定式化

周期的温度変化を受ける場合の2次元の熱伝導に関する有限要素法を導く。周期的温度変化を受ける場合の熱伝導方程式は、定常状態の場合、式(1)で与えられる¹⁾ ($K_{xx}, K_{yy} = \lambda$, λ は方向における熱伝導率, $T =$ 温度, $K' = -\rho c \omega \lambda$, $\rho =$ 密度, $c =$ 比熱, $\lambda = \sqrt{\lambda}$, $\omega = 2\pi/T_p$, $T_p =$ 温度変化の周期)。式(1)に対応する汎関数を I とすると式(2)のようになる ($q =$ 熱流束)。式(2)をマトリックスの形に書き直し、 $\{T\}$ に関して最小化することにより、有限要素法(3)が導かれる²⁾ ($[B] =$ 勾配マトリックス, $[D] =$ 材料特性マトリックス, $[N] =$ 内挿関数, $N_k = [a_k + b_k x + c_k y]/2A$, $\alpha = i, j, k$ (三角形要素の節点番号), $\{T\} =$ 節点温度, $A =$ 三角形要素の面積)。要素剛性マトリックス $[K]$ は、式(4)で与えられる。また、構造物の周囲表面において熱流束 q による熱の得失が存在する場合、 $\{q\}$ は、式(5 a, b, c)で表わされる ($L_{ij}, L_{jk}, L_{ik} =$ 各節点間の距離)。一方応力に関する剛性方程式は、初期ひずみがある場合の、通常の三角形要素に関するものを用いる。

$$K_{xx} \frac{\partial T}{\partial x^2} + K_{yy} \frac{\partial T}{\partial y^2} + K' \cdot T = 0 \quad (1)$$

$$I = \int_V \left[\frac{K_{xx}}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \frac{K_{yy}}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 - \frac{K'}{2} \cdot T^2 \right] dV + \int_S q \cdot T ds \quad (2)$$

$$[K]\{T\} = \{q\}, [K] = \int_V [B]^T [D] [B] dV + \int_V K' [N]^T [N] dV \quad (3) \quad \{q\} = \int_S q [N] ds = \begin{cases} \frac{q L_{ij}}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \frac{q L_{jk}}{2} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \\ \frac{q L_{ik}}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \end{cases} \quad (5 a, b, c)$$

$$[K] = \frac{K_{xx}}{4A} \begin{bmatrix} b_i b_i & b_i b_j & b_i b_k \\ b_j b_i & b_j b_j & b_j b_k \\ b_k b_i & b_k b_j & b_k b_k \end{bmatrix} + \frac{K_{yy}}{4A} \begin{bmatrix} c_i c_i & c_i c_j & c_i c_k \\ c_j c_i & c_j c_j & c_j c_k \\ c_k c_i & c_k c_j & c_k c_k \end{bmatrix} + \frac{K'A}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

3. コンクリートの粘弾性の影響

長期間作用する外荷重に対してコンクリートは、粘弾性的性質を示す。ここでは、緩和弾性係数 $E_R(t, \tau)$ を用いることによりコンクリートの粘弾性を表わすことにする。また、緩和弾性係数 E_R を用いることにより、複素弾性係数 $\bar{E}$ が求まる。緩和弾性係数とそれに伴う複素弾性係数は、コンクリートのエイジングを考慮に入れると一般的に次のように表わされる^{3), 4), 5)}。

$$E_R(t, \tau) = \sum_{j=1}^m E_j(\tau) \cdot e^{-(t-\tau)/\tau_j} + E_\infty, \quad \bar{E} = \sum_{j=1}^m \frac{E_j \cdot i\omega}{i\omega + \frac{1}{\tau_j}} + E_\infty \quad (6 a, b)$$

($t =$ 温度変化作用後の経過時間, $\tau =$ 温度変化が与えられた時の時刻, $\tau_j =$ 緩和時間)。

温度と応力の変化が定常的である場合を仮定するとコンクリートの粘弾性の影響を考慮するためには、コンクリ

ートの弾性係数を複素弾性係数で置換すればよい。

4. 数値計算例

図-1(a)のコンクリート構造物についてその断面内の温度分布を有限要素法により解析し、厳密解と比較した。図-2(a)は、コンクリート構造物の断面の要素分割図である。厳密解と比較した結果は、図-2(b)に示した($R_L = L\sqrt{\omega/2k_d}$, k_d =熱拡散率)。温度の境界条件としては、はりの上面では三角関数で与えられる周期的温度変化を、また上面以外の全ての面では、断熱状態を考えた。次に図-1(b)に示されている各点で発生した x 方向の応力を粘弾性を考慮した場合について外部拘束の有無による分布の相違を図-3に示した($L=0.5(m)$, $L'=4(m)$, $R_L=2$)。はりの外部拘束条件としては、2つの条件を考えた。条件①では、下面の水平方向の拘束がなく x 方向に自由に変位できる状態にある。条件②では、下面を x, y 両方向に拘束した。材料定数は、 $K=0.792$ ($Kcal/m.h.^{\circ}C$), $k_d=0.0015(m^2/h)$, $\alpha_0=1.1 \times 10^{-5}$, $\tau=1000(days)$, $T_0=1(^{\circ}C)$ である(K =コンクリートの熱伝導率, α_0 =熱膨張率)。粘弾性を考慮するにあたって式(6)に含まれる定数は、参考文献5)のRoss Damに関する数値を用いた。図-1のコンクリート構造物は、単一のコンクリートからなるものとし、粘弾性を考慮するため、弾性係数を複素弾性係数に置換して解析をした。

図-2(b)において有限要素解と厳密解を比較すると比較的少ない要素数でも厳密解とよい一致を示すことが判明した。また温度勾配が大きい場合も要素数を増やすことで厳密解に近づくことがわかった。

5. あとがき

本研究で用いた解析法は、任意の複合断面コンクリート部材について、任意の境界条件のもとで適用可能である。本研究では、定常状態のみを扱ったが非定常状態に対して考慮することも必要と思われる。

[参考文献]

- 1) Carslaw, H.S. 他 "Conduction of Heat in Solids," 2nd, Clarendon Press, Oxford, 1959.
- 2) 川井忠彦, 他: 応用有限要素解析, 丸善, 1978.
- 3) 椿 龍哉: 「不規則な温度変化を受けるコンクリートスラブの応力変化」, 土木学会 第36回年次学術講演会講演概要集, 第5部.
- 4) 椿, 山本, 池田: 「多層断面コンクリート曲げ部材の温度応力解析」, 土木学会 第37回年次学術講演会講演概要集, 第5部.
- 5) Bažant, Z.P. and Wu, S.T., "Rate-Type Creep-Law of Aging Concrete Based on Maxwell Chain," Materials and Structures, Vol.7, No.37, 1974, pp. 45-60.

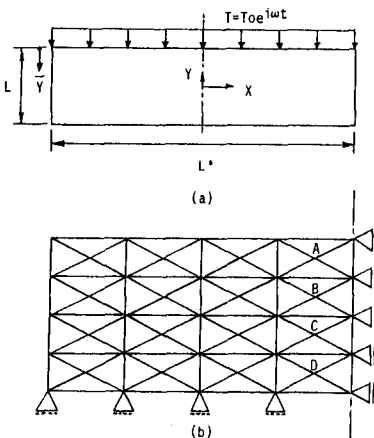


図-1 境界条件と要素分割

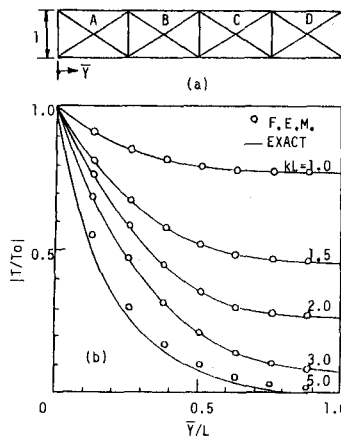


図-2 温度分布

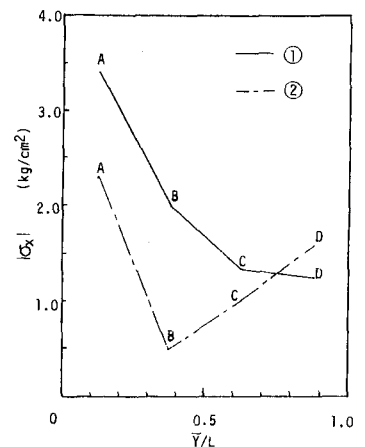


図-3 応力分布