

東京電機大学 理工学部 正会員 近津 博文

1. 序

方向観測法は測点の周囲に多くの角が存在する場合に用いられる方法であり、この方法により得られる測定値の良否判定は測量の目的などに応じてあらかじめ定められている倍角差および観測差の各制限値を指標として行なわれる。

ところで、或る母集団から抽出した1組の無作為標本に対する順序統計量の最大値と最小値との差は範囲であることを考慮すると、方向観測法を行なう際の倍角差および観測差は、同一視準点に対する各対回ごとの倍角および較差の各値を1組の標本とする範囲となる。

本報告では範囲の理論を応用して倍角差および観測差の各制限値を統計学的に考察した結果、各制限値は倍角および較差の各標準偏差、対回数および超過確率により求められることを示し、さらに対回数および超過確率と各制限値との関係を報告する。

また、鉛直角の測定を行なう場合、測定値に対する良否判定の指標である高度定数差の制限値も同様にして定められることを報告する。

2. 範囲Rの分布関数および密度関数

確率密度関数 $f(x)$ を持つ母集団から抽出した1組の無作為標本としての順序統計量を $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ とすると、最大値 $x_{(n)}$ と最小値 $x_{(1)}$ との差、すなわち範囲Rの分布関数 $\Phi(R)$ および密度関数 $\phi(R)$ は $u < u$ として、 $x_{(1)}$ が区間 $(v, v+dv)$ に落ちると同時に $x_{(n)}$ が区間 $(u, u+du)$ に落ちる確率を用いることにより誘導される。

$$\Phi(R) = n \int_{-\infty}^{\infty} f(v) \left\{ \int_v^{v+R} f(x) dx \right\} dv \quad \text{--- (1)} \quad \{0 \leq R < \infty\}$$

$$\phi(R) = n(n-1) \int_{-\infty}^{\infty} f(v) f(v+R) \left\{ \int_v^{v+R} f(x) dx \right\} dv \quad \text{--- (2)}$$

測定角は正規分布に従うと考えられるから、倍角(較差)を確率変数 x とする母集団も正規分布に従

い、これを標準化すると式(1)および(2)はそれぞれ次式となる。

$$\Phi(R^*) = n \int_{-\infty}^{\infty} g(v^*) \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{v^*}^{v^*+R^*} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \right\} dv^* \quad \text{--- (3)}$$

$$\phi(R^*) = n(n-1) \int_{-\infty}^{\infty} g(v^*) g(v^*+R^*) \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{v^*}^{v^*+R^*} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \right\} dv^* \quad \text{--- (4)}$$

$$\text{ここに、} g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right), v^* = \frac{v-\mu}{\sigma}, R^* = \frac{R}{\sigma}$$

しかし、これらの式は任意の n に対して直接求積できないため数値積分法を用いる。 $n=2 \sim 10$ の各 n 値に対する R^* の分布関数および密度関数を求めた結果が図-1である。

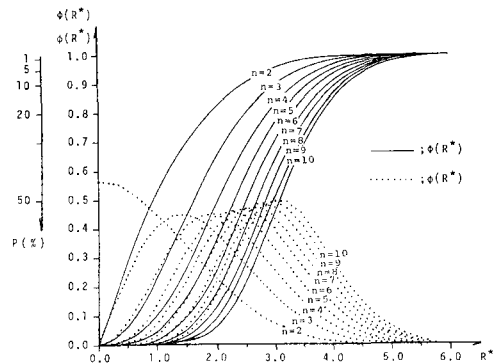


図-1

3. 倍角差および観測差の制限値

方向観測法を行なう際の対回数は範囲の理論における標本数に対応する。いま、図-1中の対象とする対回数 n の累積分布曲線において、或る超過確率 $P\%$ に対する R^* の値を読み取れば、この値が n 対回観測時の超過確率 $P\%$ に対応する標準化された倍角差(観測差)の制限値となる。これを便宜上 R_P^* と書く。

しかし、超過確率 P の値は使用する器械の性能および測量の目的に応じて種々に変化するべき性質のものであり、さらに R_P^* の値は採用する対回数 n に左右される。そこで、対回数 n が2~6の各場合について、それぞれ5通

りの超過確率(1, 5, 10, 20 および 50%) に対する R_p^* の値を求めた結果が表-1である。

ところで、表-1より得られる制限値 R_p は

$$R_p^* = \frac{R}{\sigma}$$

表-1

$P(\%)$	n	2	3	4	5	6
1	1	3.80	4.27	4.53	4.77	4.93
5	1	2.88	3.43	3.78	3.97	4.18
10	1	2.41	2.98	3.36	3.59	3.80
20	1	1.88	2.49	2.88	3.14	3.34
50	1	0.98	1.64	2.03	2.32	2.54

であるから、実際

に方向観測法を行

はう際の指標となる制限値 R_p は次式となる。

$$R_p = \sigma \cdot R_p^* \quad \text{----- (5)}$$

式(5)中の σ に対して、倍角および較差を確率変数とするそれぞれの母集団の標準偏差を $\sigma(r+l)$ および $\sigma(r-l)$ とし、また表-1より対回数 n および超過確率 P に対応する R_p^* の値を求めれば、結局 n 回観測時の超過確率 $P\%$ に対する倍角差の制限値 $\hat{R}_p$ および観測差の制限値 $\hat{R}_p$ は次式となる。

$$\hat{R}_p = \sigma(r+l) \cdot R_p^*, \quad \hat{R}_p = \sigma(r-l) \cdot R_p^* \quad (6)$$

いっぽう、倍角および較差の各標準偏差は α : 視準誤差, β : 読み取り誤差および γ : 目盛誤差とし、 γ を α および β と同様は不定誤差として考え、

$$\sigma(r+l) = \sigma(r-l) = \pm 2\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \quad \text{--- (7)}$$

となるから、倍角差の制限値 $\hat{R}_p$ と観測差の制限値 $\hat{R}_p$ とは同一値となる。また $\sigma(r+l) \neq \sigma(r-l)$ の場合であ、ても、その誤差論的には要は目盛誤差の取り扱ひのみに起因するものであると思われるから、この場合でも各制限値はほぼ同一値と考えられる。

4. $\sigma(r+l)$, n , P と $\hat{R}_p$ (R_p) との関係

倍角差(観測差)の制限値は対回数 n および採用すべき超過確率 P に対して表-1より定められる R_p^* の値に倍角(較差)の標準偏差を乗じることにより定められる。しかし、同一の標準偏差であっても対回数および超過確率の各値が異なれば、制限値もそれに伴って異なる値となる。これらの主な関係を整理した結果が表-2である。

たとえば、 $\alpha = \pm 3''$, $\beta = \pm 7''$ および $\gamma = \pm 2''$ 程度と推定されるトランシットを使用する際の倍角(較差)の標準偏差は式(7)より約 $15''$ であり、さらにこの器械を用いて4対回観測を行ない超過確率を20%

表-2

$\sigma(r+l)''$	n	$P(\%)$	$\hat{R}_p(R_p)''$	$\sigma(r+l)''$	n	$P(\%)$	$\hat{R}_p(R_p)''$
± 5	2	1	19	± 15	2	1	57
		5	14			5	43
		10	12			10	36
		20	9			20	28
		50	5			50	15
	3	1	21		3	1	64
		5	17			5	52
		10	15			10	45
		20	13			20	37
		50	8			50	25
	4	1	23		4	1	68
		5	19			5	57
		10	17			10	50
		20	14			20	43
		50	10			50	31
	5	1	24		5	1	72
		5	20			5	60
		10	18			10	54
		20	16			20	47
		50	12			50	35
± 10	2	1	25	± 20	2	1	74
		5	21			5	63
		10	19			10	57
		20	17			20	50
		50	13			50	38
	3	1	38		3	1	85
		5	29			5	69
		10	24			10	60
		20	19			20	50
		50	10			50	33
	4	1	43		4	1	91
		5	34			5	76
		10	30			10	67
		20	25			20	58
		50	16			50	41
	5	1	45		5	1	95
		5	38			5	79
		10	34			10	72
		20	31			20	63
		50	23			50	46
± 20	2	1	49	± 40	2	1	99
		5	47			5	84
		10	38			10	76
		20	33			20	67
		50	25			50	51

とする場合の R_p^* は表-1より2.88であるから、この場合の倍角差(観測差)の制限値は約 $45''$ となる。

5. 高度定数差の制限値

従来、測定角(鉛直角)の良否はあらかじめ定められている高度定数差の制限値を指標として判定される。

ところで、測点の周りの各観測点に対する高度定数の最大値と最小値との差が高度定数差であることを考慮すると、高度定数差も一種の範囲となる。

さて、式(7)では面遊標の読定値の平均値に対して1つの読み取り誤差 β を考えているのに対して、1個の遊標を有する鉛直目盛盤に対する読み取り誤差を β^* とすると、高度定数に対する不定誤差 $\sigma(r+2)$ は次式となる。

$$\sigma_{(r+2)}^* = \pm \sqrt{2(\alpha^2 + \beta^{*2} + \gamma^2)} \quad \text{--- (8)}$$

また、対回数 n に観測点数 n を対応させて、前節までの範囲の理論を適用すれば、観測点数 n および超過確率 $P\%$ に対する高度定数差の制限値 Z_p は次式となる。

$$Z_p = \sigma_{(r+2)}^* \cdot R_p^* \quad \text{--- (9)}$$

1): 水平目盛盤と鉛直目盛盤とがほぼ同一であると仮定すると $\beta^* = \beta$ との関係は $\beta^{*2} = 2\beta^2$ となる。