

鳥取大学工学部 正会員 岡田 勉夫

鳥取大学工学部 学生員 清水 丞

1. 研究の背景と目的 —— 筆者らは、これまでに主として水資源開発事業の大規模化に伴う基本的な問題として ①長大なリードタイムの機能と制約を意思決定を行う上でどのように評価すべきか、また、②不確実現象の生起可能性とそれがプロジェクトの可否に及ぼす影響をどのように予測し、それに対処すべきか、が本質的な課題であると考え、不確実性下におけるプロジェクトの採否・延期に関する意思決定問題のモデル化を試み、⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾本研究の目的は、そのうち筆者らが「事前モデル」と称するモデルを拡張することにある。ここに「事前モデル」とは、プロジェクトの採否・延期に関する意思決定問題を扱うものである。その基本的特徴は、①「水需要が時間とともに増大するパターンからある時点で突然、その伸びが止まって、以降、横這いを続ける現象」を「構造変化」と定義していること、②プロジェクトが実際に機能するのは、その事業化の決定がなされてから使用するまでのリードタイムが経過しなければならないことを陽にモデルに組み込んでいること、並びに、③プロジェクトの採否の評価基準として期待利益を考えていることである。

さて、これまで筆者らが提示してきた事前モデルは、プロジェクトの採否・延期の意思決定に初めて入る時点(零時点)において、構造変化の発生確率とペナルティ費用のみの情報で Q-P 曲線図(図-1)を用いて意思決定を行うことを想定していた。本研究では、このモデルを次のように拡張する。すなわち、従来のようにプロジェクトの採否・延期の意思決定を零時点のみに限定するのではなく、時間の経過につれて新たに得られた情報をもとに判断規準の数値を更新しながら、最終的にプロジェクトの採否という意思決定に至るまでの過程をバイズ決定理論を用いてモデル化することを試みる。なお、元のモデルと本モデルを区別するため、前者を「単発決定モデル」、後者を「連発決定モデル」あるいは「モータ式決定モデル」と呼ぶことにする。

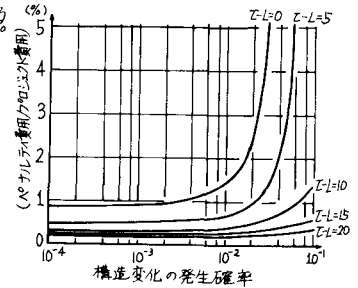


図-1 Q-P 曲線図

表-1 損失表

状	態	行		動	
		a_1	a_2	a_1	a_2
Ⅰ	θ_1	$L(\theta_1, a_1) = 616$	$L(\theta_1, a_2) = 634$		
Ⅱ	θ_2	$L(\theta_2, a_1) = 551$	$L(\theta_2, a_2) = 58$		

2. モデルの定式化 —— バイズ決定理論を説明する前に、必要用語・記号及び場面を設定する。

(i) 時点 零時点(0) —— プロジェクトの開始・延期に関する意思決定が始められる最初の時点、

現時点(t_0) —— プロジェクトの開始・延期に関する意思決定をしようとしている時点、

(ii) 期間 全観測期間($0 \leq t \leq t_0$) —— 零時点から現時点までの期間であり、この期間では既知のデータが得られる。

単位観測期間(τ) —— 現時点から次の意思決定時点までの期間であり、この期間の現象は現時点においては未知である。なお、現時点において単位観測期間(ここでは、5年としている)の水需要の動向には、次の2つの可能性がある。

(iii) 自然の状態(θ) —— それが生起しているか否かは、あくまで観測結果を通じて間接的に類推するしかないもので、次の2つの場合を考える。

θ_1 : 水需要が次期観測期間の間は、伸び続ける、

θ_2 : 水需要が現時点の直後から停滞する。

これに対して、現時点で取りうる行動には、次の2つが考えられる。

(iv) 行動(a) —— a_1 : 現時点でプロジェクトを開始する、 a_2 : 現時点でのプロジェクトの開始を延期お。

上記の状態 θ の各場合に対して行動 a を選択したときの結果を損失として評価したものが表-1に示す損失表である。これらの値は損失関数により、次のように表わされる(表-2参照)

(v) 損失関数 $L(\theta, a)$ —— $L(\theta_1, a_1)$: 行動 a_1 を選択した際に、結果的に状態 θ_1 になった場合の損失(図-2-1参照)

$L(\theta_1, a_2)$: 行動 a_2 を選択した際に、結果的に状態 θ_1 になった場合の損失(図-2-2参照)

$L(\theta_2, a_1)$: 行動 a_1 を選択した際に、結果的に状態 θ_2 になった場合の損失(図-2-3参照)

$L(\theta_2, a_2)$: 行動 a_2 を選択した際に、結果的に状態 θ_2 になった場合の損失(図-2-4参照)

意思決定者は、自然の状態 θ が未知である以上、ある程度、自然の状態 θ を予測して行動を起こさなければならないことになる。その際、有効となるのが現時点より以前の全観測期間で観測された既知のデータである。そこで本研究では、自然の状態 θ に関するデータとして次のような水需要の動向パターンを考える。

(vi) データ(z) —— z_1 : 零時点直後に水需要が停滞するパターン、 z_2 : 現時点より以前の全観測期間の上半期に水需要が停滞するパターン、

z_3 : 現時点より以前の全観測期間の下半期に水需要が停滞するパターン、 z_4 : 現時点より以前の全観測期間において水需要が伸び続けるパターン。

表-2 損失関数を用いた記号

t	ある任意の時点 ($t \geq 0$)
t_c	構造変化の起る時点 ($t \geq 0$)
$B_0(t)$	プロジェクトが採用されていはい時点における便益(の関数)
$B_1(t)$	プロジェクトが採用された後の時点における便益(の関数)
γ	時間割引率
$e^{-\gamma t}$	時点 t における時間割引係数
λe^{at}	構造変化の発生に関する確率密度関数
L	リードタイム
C	プロジェクト費用
T	プロジェクト開始時期
$T+L$	プロジェクト使用時期
U_t	現時点より以前の全観測期間内で水需要が増えたり減ったりした回数

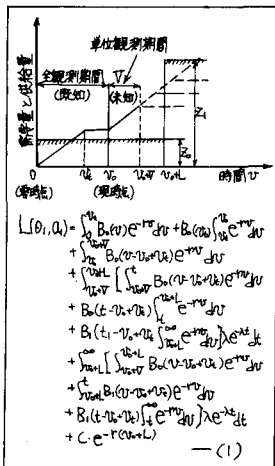


図-2-1 損失関数 $L(\theta_1, a_1)$

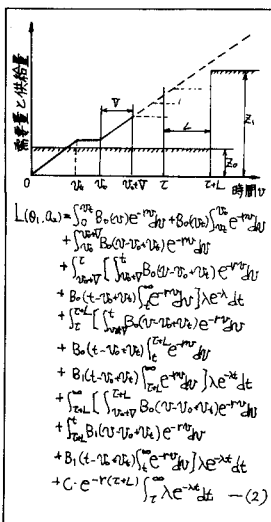


図-2-2 損失関数 $L(\theta_1, a_1)$

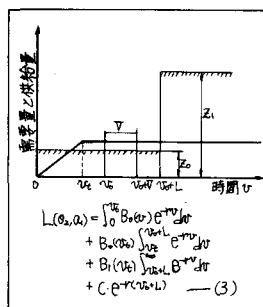


図-2-3 損失関数 $L(\theta_2, a_1)$

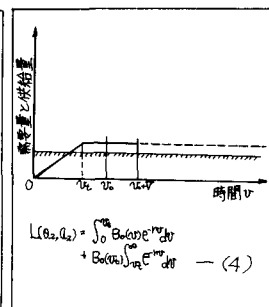


図-2-4 損失関数 $L(\theta_2, a_1)$

表-3 応答確率

状態	θ ₁	Z _i			
		Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₄
P _{θ₁}	θ ₁	P _{θ₁} (Z ₁) = 0	P _{θ₁} (Z ₂) = 1/100	P _{θ₁} (Z ₃) = 9/100	P _{θ₁} (Z ₄) = 9/10
	θ ₂	P _{θ₂} (Z ₁) = 6/10	P _{θ₂} (Z ₂) = 3/10	P _{θ₂} (Z ₃) = 9/100	P _{θ₂} (Z ₄) = 1/100

表-4 決定方式

Z _i	決定方式															
	d ₁	d ₂	d ₃	d ₄	d ₅	d ₆	d ₇	d ₈	d ₉	d ₁₀	d ₁₁	d ₁₂	d ₁₃	d ₁₄	d ₁₅	d ₁₆
θ ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
θ ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
θ ₃	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂
θ ₄	a ₁	a ₂	a ₁	a ₂	a ₁	a ₂	a ₁	a ₂	a ₁	a ₂	a ₁	a ₂	a ₁	a ₂	a ₁	a ₂

表-5 標準データ

Q: 経路コスト/年	0.1
r: 時間割引率	0.06
L: リードタイム	15 (年)
Z ₀ : 基本有効容量	5 (無次元)
Z ₁ : 拡張有効容量	48 (無次元)
D: 1年間の需要増量	1 (1/年)
C: プロジェクト費用	680 (10 ⁶ 円)
λ: 1年間の構造変化の発生頻度の平均値	$\lambda = \ln \frac{1}{1-Q}$
Q: 構造変化が1年間に1回発生する確率	Q = 0.01

(損益関数)

$B_0(u) = P_{max} [0, D \cdot u - Z_0] - a \cdot P_{min} [0, D \cdot u - Z_0]$
$B_1(u) = P_{max} [0, D \cdot u - Z_1] - a \cdot P_{min} [0, D \cdot u - Z_1]$

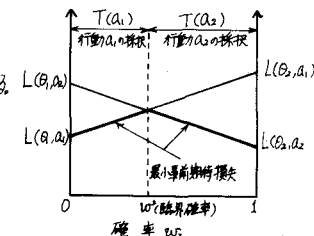


図-3 行動 a_1, a_2 に対応する事前期待損失

(Ⅶ) 応答確率 $P_{\theta}(z)$ — 上記のデータと 図-2-2 損失関数 $L(\theta, a_1)$

は、自然の状態 θ に対しある確率で出現する。(表-3 参照)

(Ⅷ) 決定方式 (d) — 結局、得られたデータをもとに行動 a_i を決定することになる。したがって、データに対する意思決定者の取りうる行動パターンが決定方式として列挙できる(表-4参照)

3. バイズ決定理論の手順 — (1) 1-データ問題

① 零時点において自然の状態 θ_1, θ_2 に対する事前確率をそれぞれ $1-w_2, w_2$ (構造変化の発生確率) とする。

② 行動 a_i を選択した場合に状態 θ_i での損失は 表-1 に示すとおりである。

③ 自然の状態 θ_1, θ_2 のいずれが発生するかは未知なので、それぞれの事前確率を考慮して行動 a_i に対する事前損失を次のように計算する。 $EL_i = (1-w_2) \cdot L(\theta_1, a_i) + w_2 \cdot L(\theta_2, a_i) \quad (i=1, 2)$

ここで $EL_i = \min \{EL_i\}$ となるとき 行動 a_i を最適行動パターンとして採択する。

④ ③を図式化したものが図-3であり、図中の $T(a_1), T(a_2)$ は、行動 a_1, a_2 を選択するのが望ましい事前確率を示している。

⑤ 1-データ問題における事前確率は、単発決定モデルでの構造変化の発生確率に相当し、この確率が区間 $T(a_1)$ また $T(a_2)$ 内の値をとるときそれに対応する最小事前損失の行動が採択される。

(2) バイズ決定方式 — ① 自然の状態 $\theta_i (i=1, 2)$ のときのデータの確率分布 $P_{\theta_i}(z)$ と事前確率 w を用いて事後確率 $w_i(z)$ はバイズの定理により次式で与えられる。 $w_i(z) = \frac{w_i \cdot P_{\theta_i}(z)}{w_1 \cdot P_{\theta_1}(z) + w_2 \cdot P_{\theta_2}(z)} \quad (i=1, 2)$

② 全観測期間で観測されたデータに対する事後確率 $w_i(z)$ を損失関数に入力して新たな損失表を作成する。

③ 1-データ問題における事前確率 w を w に置き (1)の③、④、⑤を行う。

4. 分析結果 — 今回の分析の1データには表-5に示すデータを標準ケースとして用いた。その際、単発決定モデルと連発決定モデルとを比較するために①構造変化の発生確率、②ペナルティ費用のそれぞれが異なるパターンを考えた。それぞれの場合の分析結果を表-6、表-7に示す。表-6と表-7を比較すれば次のようなことが言える。単発決定モデルと連発決定モデルともに同じような結果を示しているが、単発決定モデルでは現時点での開始が採択される場合でも連発決定モデルではデータ1回による追加開始の開始を延期する方が望ましい場合が存在する。これは、連発決定モデルの方がより豊かな情報量に基づいているためと考えられる。

5. むすび — 以上は、分析結果の一例ではあるが、本モデルが不確実性下における大規模プロジェクトの開始時期決定方式として有効なものであることが検討できたと思われる。

なお、詳細については講演時に譲る。(参考文献)

表-6 構造変化の発生確率に関する分析結果

構造変化の発生確率	0.0001	0.01	0.1
単発決定モデル 零時点開始 2~3年延期 10年延期			
1-データ問題 a_1 (開始) a_1 (開始) a_2 (延期)			
事後決定 d_{13} d_{13} d_{15}			
データ z_1 (上半期) a_2 (延期) a_2 (延期) a_2 (延期)			
1 z_2 (下半期) a_2 (延期) a_2 (延期) a_2 (延期)			
9 z_3 (下半期) a_1 (開始) a_1 (開始) a_2 (延期)			
z_4 (下半期) a_1 (開始) a_1 (開始) a_1 (開始)			

表-7 ペナルティ費用に関する分析結果

ペナルティ 値 P	3.4 (0.5%)	6.8 (1%)	13.6 (2%)	27.2 (4%)	34.0 (5%)
単発決定モデル 7~8年延期 2~3年延期 現時点開始 現時点開始 現時点開始					
1-データ問題 a_2 (延期) a_1 (開始) a_1 (開始) a_1 (開始) a_1 (開始)					
事後決定 d_{16} d_{13} d_{13} d_{13} d_{13}					
データ z_1 (上半期) a_2 (延期) a_2 (延期) a_2 (延期) a_2 (延期)					
1 z_2 (上半期) a_2 (延期) a_2 (延期) a_2 (延期) a_2 (延期)					
9 z_3 (下半期) a_2 (延期) a_1 (開始) a_1 (開始) a_1 (開始)					
z_4 (下半期) a_1 (開始) a_1 (開始) a_1 (開始) a_1 (開始)					

1) Ennenketchi Sechi, Okada "Planning For Surprise: Water Resources Development Under Demand and Supply", Working Paper No. 312, U.C.L.A. (1987).
2) 図解: 構造変化の発生確率に20%と仮定した場合の1データ問題の分析結果。表-6と表-7の比較から、単発決定モデルと連発決定モデルの比較結果が示されている。
3) 図解: 構造変化の発生確率に20%と仮定した場合の1データ問題の分析結果。表-6と表-7の比較から、単発決定モデルと連発決定モデルの比較結果が示されている。
4) 図解: 構造変化の発生確率に20%と仮定した場合の1データ問題の分析結果。表-6と表-7の比較から、単発決定モデルと連発決定モデルの比較結果が示されている。
5) 図解: 構造変化の発生確率に20%と仮定した場合の1データ問題の分析結果。表-6と表-7の比較から、単発決定モデルと連発決定モデルの比較結果が示されている。