

苫小牧工業高等専門学校 正員 ○ 榎谷 有三
北海道大学工学部 加来 照俊

1. まえがき

道路網の交通処理能力を表わす道路網容量は、道路網計画を行うときの量的評価要因として、また道路網の運用効率を表わす評価要因として重要な要因である。そして、道路網容量はネットワーク特性あるいはフロー特性によって規定される。そこで、本研究はフロー特性としてOD交通を取り上げ、この要因が変化した場合道路網容量がどのような影響を受けるかを定量的に分析することによって道路網の感度分析を行う。そして、この分析は次の道路網容量に関連した各種の道路交通問題に応用できる。①交通需要の増加に対して道路網容量の面から対策を講ずるためには、あるいは道路網の有効的な利用の面から道路網容量をより増強するためには、いずれのOD交通に対して発生・集中の抑制、他の交通機関への転換を考えればよいが、②住宅地開発、工業団地開発あるいは都市活動の変化に伴うOD交通の変化が道路網容量にどのような影響を与えるのか、などである。本研究では、まず道路網容量増強問題を線形計画問題（以下LP問題という）として定式化して、LP問題の相補性定理よりOD-カット行列を作成した。そして、この行列を通してOD交通の変化に伴う感度分析を行った。

2. OD-カット行列の作成について

(1) 容量増強問題によるOD-カット行列の作成について

いま、 m 本のリンクからなる道路網上に g 個のOD交通が存在するものとし、 k 番目のOD構成比を P_k とする。そして、 k 番目のOD交通の走行可能な経路の本数を M_k 、そのうちあるルート r に配分される交通量を Y_{rk} とする。そうすると、道路網容量増強問題は式(1)~(4)を制約条件、式(5)の建設距離を目的関数（最小化）として定式化することができ、また、この問題の双対問題は式(6)~(8)の制約条件の下で、式(9)の目的関数を最大化する問題として定式化できる。ここで、 y_k は式(1)に対する、 w_i は式(2)に対するそれぞれ双対変数である。

$$\sum_{r=1}^{M_k} Y_{rk} = P_k \cdot F \quad (k=1, 2, \dots, g) \quad \text{---(1)} \quad y_k + \sum_{i=1}^m \delta_{ik}^r \cdot w_i \geq 0 \quad (r=1, 2, \dots, M_k) \quad \text{---(6)}$$

$$\sum_{k=1}^g \sum_{r=1}^{M_k} \delta_{ik}^r \cdot Y_{rk} \leq C_i + c_i \cdot x_i \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad \text{---(2)} \quad -c_i \cdot w_i \geq d_i \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad \text{---(7)}$$

$$Y_{rk} \geq 0 \quad (r=1, 2, \dots, M_k; k=1, 2, \dots, g) \quad \text{---(3)} \quad x_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad \text{---(4)} \quad w_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad \text{---(8)}$$

$$\sum_{i=1}^m d_i \cdot x_i \quad (\text{最小化}) \quad \text{---(5)} \quad \sum_{k=1}^g P_k \cdot F \cdot y_k + \sum_{i=1}^m C_i \cdot w_i \quad (\text{最大化}) \quad \text{---(9)}$$

δ_{ik}^r k 番目のOD交通の r 番目のルート交通量がリンク i を通過するとせし、そうでないとき0をこる定数

C_i リンク i の交通容量、 c_i リンク i の単位幅員当たりの交通容量、 d_i リンク i の距離

式(1)の交通需要 F をパラメータとして、 F を逐次増加させるバウムトリックLPを行うと、逐次道路網のいずれかのリンク容量が増加されて、道路網容量の増強を行うことができる。このとき、 M_k 、 λ_i をそれぞれ式(1)、(2)の余裕変数とすると、双対変数との間にはLP問題の相補性定理により式(10)、(11)の関係式を得る。そして、相

$$M_k \cdot y_k = 0 \quad \text{---(10)} \quad \lambda_i \cdot w_i = 0 \quad \text{---(11)}$$

補性定理の意味から、双対変数 w_i が正値を得るリンクの集合から容量増強に伴う容量不足断面（カット）を逐次求めることができる。また、同時に双対変数 y_k の値によっても、各OD交通がいずれのカットを通過するかが求められることができる。しかし、この容量増強問題を通してのカット探索は、増強変数 x_i を導入していため、感度分析に必要なすべてのカットを探索することができない。 m 個のノードからなる道路網においては、一般に $(m-1)$ 本の排他的なカットしか探索できないが、この双対問題から探索された基本的なカットを基礎に感度分析に必要な他のカットを求める方法については既に考察されている。また、この求められた各カットをいずれのOD

交通が通過するかは、基本的なカットをそれぞれ通過するOD交通を参考に求めることができる。従って、OD-カット行列は各カットを通過するOD構成比の和 P_k 、およびフロー水準 F_k をそれぞれ式(12)、(13)で求め、フロー水準の大小順にカットを並びかえることによって作成することができる。

$$P_k = \sum_{R \in P_k} P_R$$

$$F_k = \sum_{i \in R_k} C_i / P_k \quad (12)$$

P_k : カット k を通過するOD交通の集合 R_k : カット k に含まれているリンクの集合

(2) 計算例

図-1の道路網、表-1のOD構成比、リンク距離を与えて行う。各リンクは1車線とし、交通容量は12000台とする。パウトリックLPを介すと、表-2に示す各OD交通の連続条件に対する双対変数の値を得た。ここでは、ノード1を中心としたOD交通を対象に考察する。図-1に示す各カットは双対変数の変化およびグラフ理論を応用した方法により感度分析に必要なカットである。また、表-3は各カットを通過するOD交通を考慮し式(12)、(13)により求めた値である。そうすると、ノード1を中心とするOD-カット行列 K は式

表-1 OD構成比とリンク距離 (Km)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	0.095	0.077	0.095	0.084	0.104	0.056	0.014	0.017	0.005
2	500	-	0.038	0.022	0.012	0.013	0.006	0.0	0.024	0.001
3	-	500	-	0.050	0.016	0.015	0.005	0.005	0.0	0.003
4	800	-	300	-	0.029	0.022	0.007	0.004	0.020	0.001
5	-	-	-	300	-	0.068	0.013	0.003	0.0	0.0
6	600	-	-	600	400	-	0.032	0.003	0.004	0.002
7	-	-	-	-	-	200	-	0.013	0.005	0.001
8	-	-	-	-	-	500	600	-	0.011	0.001
9	600	-	-	-	-	-	-	500	-	0.004
10	400	-	-	-	-	-	-	-	700	-

として、ノード1を中心とするOD-カット行列 K は式(14)となる。

3. 道路網の感度分析について

まず、OD構成比が変化する場合について考える。交通需要が69767

表-2 各交通需要に対する双対変数 y_k の変化

	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	1-7	1-8	1-9	1-10
70000	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025
82500	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042
85000	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042
92500	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042
107500	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042
115000	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042
140000	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042

台、80267台のとき、各カットで処理可能なOD構成比の上限値 $\bar{P}_k$ 、 $\bar{P}_k$ および増加可能な $\Delta \bar{P}_k$ をそれぞれ表-4に示した。この表からカット1を通過しないOD交通間で、 $\Delta \bar{P}_k$ の値の範囲内でOD構成比が多少変化しても道路網容量には何んら影響しないことがわかる。また、カット1を通過するOD構成比の和を0.344から0.299(24000/80267)に減らして、OD構成比0.045を

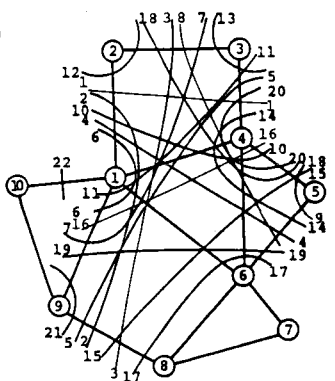


図-1 対象道路網と感度分析に必要なカット

カット3のフロー水準以上のカット1が通過しないOD交通(OD1-9、1-10など)に $\Delta \bar{P}_k$ の範囲内で振り分けるように都市活動を変化させることによって、道路網容量を80267台に増強することができる。逆に、カット1を通過するOD構成比が0.344から増加するような変化の場合には、道路網容量は減少する。従って、OD構成比が変化する場合は、変化したOD交通がいずれのカットを通過しているかをOD-カット行列から求め、表-4を作成することによって道路網容量への影響を分析することができる。次に、交通需要が増加する場合について考える。交通需要がカット1のフロー水準からカット2のフロー水準まで増加したときには、カット1を通過するOD1-2、1-3を対象に、さらにカット2の80267台を超えるときにはOD1-9、1-10以外のすべてのOD交通を対象にそれぞれ発生・集中の抑制あるいは他の交通機関への転換を計らなければならぬことが、式(14)の行列 K から求めることができる。そして、カット1がフロー水準を超える交通需要 F_k のとき、それぞれのカットにおいて対策を施す必要OD交通量 I_k は式(15)で求めることができる。

$$I_k = (F_k - F_k) \times P_k$$

$$(15)$$

例添付: カット行列の作成手法について、土木学会北海道支部論文発表会、1983

例添付: 道路網感度分析の応用について、オビ交通工学論文発表会、1982年11月

表-3 各カットの容量、通過するOD構成比の和とその逆数、フロー水準

カット	C_k	P_k	$1/P_k$	F_k
1	24000	0.344	2.91	69767
2	48000	0.598	1.67	80267
3	48000	0.569	1.76	84358
4	48000	0.561	1.78	85561
5	48000	0.542	1.85	88561
6	48000	0.525	1.90	91428
7	48000	0.521	1.92	92330
8	48000	0.494	2.02	97166
9	24000	0.225	4.44	106667
10	48000	0.450	2.22	106667
11	48000	0.442	2.26	108597
12	24000	0.211	4.74	113744
13	24000	0.209	4.78	114833
14	48000	0.417	2.40	115108
15	48000	0.416	2.40	115385
16	48000	0.412	2.43	116505
17	48000	0.359	2.79	133705
18	48000	0.359	2.78	133705
19	48000	0.355	2.82	135211
20	48000	0.250	4.00	192000
21	24000	0.046	25.0	600000
22	12000	0.004	250.0	3x10 ⁶

表-4 各交通需要における各カットの処理可能なOD構成比および増加可能なOD構成比

カット	P_k	$\bar{P}_k$	$\Delta \bar{P}_k$	F_k	ΔF_k
1	0.344	0.344	0.0	69767	0.045
2	0.598	0.688	0.090	80267	0.0
3	0.569	0.688	0.119	84358	0.029
4	0.561	0.688	0.127	85561	0.037
5	0.542	0.688	0.146	88561	0.056
6	0.525	0.688	0.163	91428	0.073
7	0.521	0.688	0.168	92330	0.077
8	0.494	0.688	0.194	97166	0.298
9	0.225	0.172	-0.053	106667	0.180
10	0.450	0.172	-0.278	106667	0.246