

東北大学 ○学生員 室 井 進 次

東北大学 正 員 湯 沢 昭

東北大学 正 員 須 田 熙

1 はじめに

港湾工事などの土木工事には安全管理面で波浪予測が不可欠である。沿岸波浪を予測するには力学モデルによる方法と統計モデルによる方法の二種類がある。前者の欠点は専門的知識と手間を必要とすることであり、後者の欠点は波高に関する長い事前調査を必要とすることにある。したがって、長期にわたる波高データの存在しない現場に統計モデルを使用することは困難である。本論文ではカルマンフィルタ理論が、無限に長い過去のデータの統計処理をすることなく、逐次推定度を高めていく方法であることに着目し、短い事前調査で沿岸波浪の予測が可能であることを報告する。

2 カルマンフィルタによる推定¹⁾

離散時間の信号過程が線形差分式

$$X_{k+1} = A_k X_k + B_k U_k \quad (1)$$

で表わされ、測定過程が

$$Y_k = C_k X_k + W_k \quad (2)$$

で表わされる場合、測定値 $Y_0 \dots Y_k$ を得たときの X_k の最尤推定量 $\hat{X}_k$ は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{X}_k &= \hat{X}_{k-1} + P_k C_k^T W_k^{-1} \{Y_k - (C_k \hat{X}_{k-1} + \bar{W}_k)\} \\ \hat{X}_k &= A_{k-1} \hat{X}_{k-1} + B_{k-1} \bar{U}_{k-1} \\ P_k &= (M_k^{-1} + C_k^T W_k^{-1} C_k)^{-1} \\ M_k &= A_{k-1} P_{k-1} A_{k-1}^T + B_{k-1} U_{k-1} B_{k-1}^T \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに、 U_k : 信号過程の雑音を示す r 次元ベクトル W_k : 測定機構の雑音を示す m 次元ベクトル $\bar{U}_k$: U_k の期待値、 $\bar{W}_k$: W_k の期待値 U_k : U_k の分散共分散行列 ($r \times r$) W_k : W_k の分散共分散行列 ($m \times m$) X_k : 時刻 k のシステムの状態を表す n 次元ベクトル Y_k : 時刻 k の観測量を表す m 次元ベクトル

A_k : 変換行列 ($n \times n$)、 B_k : 変換行列 ($n \times r$)、 C_k : 変換行列 ($m \times n$)

である。また、記号^{*}は転置行列を示す。

さらに、時刻 k より未来の時刻 t の状態 X_t の最小二乗推定量は次の漸化式で与えられる。

$$\hat{X}_{j+1} = A_j \hat{X}_j + B_j \bar{U}_j, (j = k, \dots, t-1) \quad (4)$$

したがって、式 (3) より時刻 k のシステムの状態 X_k は、過去のデータとして一単位時間前の情報のみで推定できることがわかる。

3 波高予測モデル

(1) 高波高の気圧パターン

日本付近を通過する低気圧の経路はいくつかあるが、東北 A 港 (図-1/参照) の波浪に主に関係するのは A・B 経路である。低気圧の発生しやすい地域は大陸の東側に多く、A・B 経路を通過する低気圧は主に太丸の区域で発生している。低気圧が東進しながら発達しはじめる

と図-2 の(1)のように寒冷前線は西側から寒気流に押されて温暖前線より早く東進し、暖域の形は扇形状に変わっていく。さらに、寒冷前線が温暖前線よりも早く進行するために、ついには(2)のように寒冷前線は温暖前線に追いついてしまう。その結果、低気圧の中心と温暖寒冷前線の交点とは分離するようになる。この状態の低気圧を閉塞した低気圧といい、閉塞を起こす直前が低気圧としては最も強い勢力を示す。閉塞した低気圧が見られるのは本州東方・アリューシャン南方海上などに多く、ときには日本付近でみられることもある。したがって、東北 A 港が高波高を示す主な天気パターンは図-1 のようになる。つまり、アリューシャン南方海上の低気圧によって発生した「うねり」と、東北 A 港付近の低気圧による「風浪」の一方または両方によって波高が高くなると考えられる。

(2) 線形予測モデル

高波高の主な原因が、低気圧による気圧傾度風であること、変数の増加は計算上不利であること、また、(1)の考察を考えて、波浪予測モデルとして、

$$\begin{aligned} h_k &= f_0 + f_1 a_{k-1}^1 + \dots + f_8 a_{k-1}^8 \\ &\quad + f_9 a_{k-2}^1 + \dots + f_{16} a_{k-2}^8 \\ &\quad + f_{17} h_{k-1} + f_{18} h_{k-2} + V_k \end{aligned}$$

を想定し、係数 f_i ($i=0, \dots, 18$)を推定する。
 ここに、 V_k は測定誤差とモデル誤差からなる雑音であり、 a_i^j は時刻 i の j ポイント(図-1参照)の地上気圧値である。しかし、このような推定すべき係数に較べて観測値 h_k が一つという欠点を補うためMultiple-useによる情報量の増加が考えられている²⁾。つまり、観測値をくりかえし使用し次のように変形する。

$$Y_k = C_k X_k + W_k \tag{5}$$

ここに、

$$\begin{aligned} Y_k &= [h_k, h_{k-1}, \dots, h_{k-m}] \\ X_k &= [f_0, f_1, \dots, f_{18}] \\ C_k &= \begin{bmatrix} 1 & a_{k-1}^1 & \dots & a_{k-1}^8 & h_{k-1} & h_{k-2} \\ 1 & a_{k-2}^1 & \dots & a_{k-2}^8 & h_{k-2} & h_{k-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & a_{k-m}^1 & \dots & a_{k-m}^8 & h_{k-m-1} & h_{k-m-2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$W_k = [V_k, V_{k-1}, \dots, V_{k-m}]$$

である。この式(5)を測定過程、係数ベクトル X_k を信号過程とみなし、カルマンフィルターにより X_k を推定する。ここで、システムが定常であれば式(1)において $A_k = I_n$ (n 次単位行列)、 $U_k = 0$ とおける。また、時刻 k より未来の時刻 t における X_t の最小二乗推定量は式(4)より $\hat{X}_k$ に等しいことがわかり、結局

$$\begin{aligned} h_{k+1} &= \hat{f}_0 + \hat{f}_1 a_k^1 + \dots + \hat{f}_{18} h_{k-1} \\ \text{が予測波高である。ここに、} \hat{X}_k &= [\hat{f}_0, \dots, \hat{f}_{18}] \end{aligned}$$

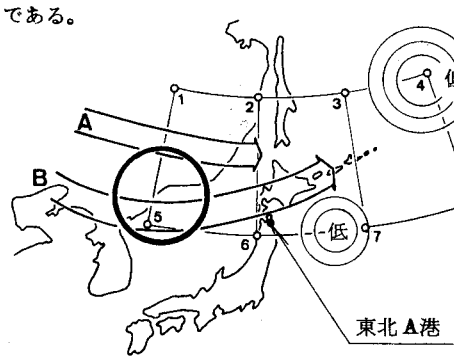


図-1

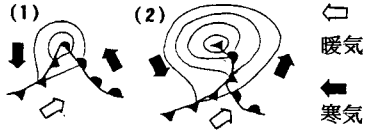


図-2

4 結果

実際の計算に際しては、単位時間を天気図の入手時間から1/2時間とし、観測ベクトル Y_k の次数を5とした。また $W_k \cdot P_0 \cdot X_0$ の与え方が問題になるが、 W_k については事前調査で決めるのが最適であると考えられる。雑音 V_k は時間に対して互いに独立であると仮定でき、 $W_k = \sigma^2 I_5$ と置ける。ここでは、昭和47年1-6月分360観測値(1日2回観測)を使用し、 $\sigma^2 = 1500 \text{ cm}^2$ とした。(表-1参照)
 $P_0 \cdot X_0$ については適当な値を与えても k の値が大きくなるに従って $\hat{X}_k$ や P_k に対する影響が小さくなることが知られている¹⁾。実際 $P_0 = I_{19}$ 、 $X_0 = [10 \dots 10]$ とした場合、84時間程度で $P_0 \cdot X_0$ の影響がなくなることが観測された。これらのもとに、昭和53年730観測値に対して行った1/2時間予測結果は、残差50cm以内の割合が88%、同100cmが98%、残差の標準偏差が37cmであった。

表-1 測定機構の雑音の分散 σ^2 と予測残差の標準偏差Sの関係

σ^2 (cm ²)	500	1500	2500	3500	4500
6ヶ月データによるS (cm)	42.2	42.0	42.9	44.0	45.7
1ヶ月データによるS (cm)	37.6	36.8	36.2	36.3	36.6

5 結論

- 表-1からわかるように、測定機構の雑音の分散 σ^2 に対する予測残差の標準偏差Sの割合は小さく、昭和47年の6ヶ月データにより推定された σ^2 と昭和53年の1年分データから求められる σ^2 の最適値は近い値を示している。よって、約6ヶ月の事前調査により推定される σ^2 を用いて波浪予測が可能である。
- 6ヶ月の事前調査で十分な本モデルによる1/2時間予測精度は、3年の事前調査を必要とする重回帰式モデル³⁾によるものと同程度である。

《参考文献》

- 有本 卓：カルマンフィルター、産業図書(1980)
- 日野幹雄・石川和秀・実戸達行：カルマンフィルターによる洪水予測の二、三の例、第19回水理講演会論文集(1975)
- 湯沢・室井・須田：多変量解析による波浪予測手法の確立とその応用に関する研究、土木計画学研究発表会講演集、No.5(1983)