Ⅳ－27　多項プロビットモデルの交通手段選択問題への適用

名古屋大学工学部　正員　河上　省吾
名古屋大学工学部　正員　広畠　康裕
建設省　正員○野口　宏一

1．はじめに

非集計選択モデルとして従来から広く用いられてきたロジットモデルは、ある個人によって認識される効用が各選択肢について相互独立に確率分布するという仮定をもつ。この結果，ロジットモデルはＩＩＡ特性を生じ、交通手段選択問題において「赤バス－青バス問題」に代表されるような類似性をもつ選択肢についての個人の選択行動を十分に説明できない。この問題を解決するために、Nestedロジットモデル、多項プロビットモデルなどの研究が進められている．特に多項プロビットモデルは、各選択肢についての効用が共分散をもつ多変量正規分布に従うと仮定する最も一般的なモデルであるが、選択確率の計算が困難であるためその適用例は比較的少ない。本研究は多項プロビットモデルを交通手段選択問題に適用し、各交通手段の効用関数と手段間の共分散の推定を通じてその有用性を検討することを目的とする．

2．多項プロビットモデルの概要

非集計選択モデルは、効用が確率分布すると仮定して効用最大化理論によって選択行動を説明するものである．ある個人が選択肢 i を選択する確率 P_i は次式のようになると仮定される．

$$P_i = \mathrm{Prob}\left[U_i > \max_{i' \neq i} (U_{i'}) \right] \tag{1}$$

ただし、U_iは選択肢 i の効用であり、一般には次式により与えられると仮定する．

$$U_i = \sum_j (\bar{\beta}_j + \Delta\beta_j) X_{ij} + \varepsilon_i \tag{2}$$

ここに、X_{ij} は個人の選択肢 i，説明要因 j についての値であり、$\bar{\beta}_j$、$\Delta\beta_j$は説明要因 j のパラメータの確定項と個人について変動する誤差項である．またε_iは説明要因としてとりあげられない他の要因によって生じる選択肢 i の個人について変動する誤差項である。したがって、確定項V_iは$\sum_j \bar{\beta}_j X_{ij}$、誤差項は$\sum_j \Delta\beta_j X_{ij} + \varepsilon_i$となり、この誤差項にどのような確率分布を仮定するかにより、異なるモデルが導出される．

ロジットモデルは、誤差項に対して選択肢相互に独立に分散一定のガンベル分布を仮定するもので、この仮定のためＩＩＡ特性が生じ、また$\Delta\beta_j$を考慮できない（$\Delta\beta_j$を考慮できない点はNestedロジットモデルについても言える）。選択確率は式(1)より次式のように導かれ、その計算は容易である。

$$P_i = \exp V_i \Big/ \sum_{i'} \exp V_{i'} \tag{3}$$

多項プロビットモデルは誤差項に対して選択肢相互間に共分散をもつ多変量正規分布を仮定するものであり、その選択確率は次式のようになる。

$$P_i = \int_{u_1 < u_i} \cdots \int_{u_i = -\infty}^{u_i = +\infty} \cdots \int_{u_I < u_i} \phi(\mathbf{u} \mid \mathbf{V}, \Sigma)\, d\mathbf{u} \tag{4}$$

ただし、$\mathbf{V} = (V_1, \cdots, V_i, \cdots, V_I)$，　$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \cdots & \sigma_{1i}^2 & \cdots & \sigma_{1I}^2 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{i1}^2 & \cdots & \sigma_{ii}^2 & \cdots & \sigma_{iI}^2 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{I1}^2 & \cdots & \sigma_{Ii}^2 & \cdots & \sigma_{II}^2 \end{pmatrix}$

ここに、$\phi(\mathbf{u} \mid \mathbf{V}, \Sigma)$は平均ベクトル$\mathbf{V}$、分散共分散行列$\Sigma$をもつベクトル$\mathbf{U}$の多変量正規確率密度関数である。式(4)において$I = 2$のとき，すなわち2項プロビットモデルのときには、この計算は容易にできる．しかし、多項プロビットモデル（$I \geq 3$）における選択確率の計算は、分散共分散行列Σの共分散が0のときには確率変数が相互独立となり容易であるが、共分散を有する一般的な場合には確率変数は相互独立とならずその計算は困難である．

3、選択確率の計算法とパラメータの推定法

多項プロビットモデルによる選択確率は式(4)により得られるが、選択肢が多くなると計算が困難である。この選択確率を計算する手法として、数値積分法、モンテカルロシミュレーションによる方法、数値近似法の3手法が提案されている。数値積分法は分散共分散行列Σをコレスキー分解して規準化することによって各確率変数を相互独立にしたのち、直接数値積分をして選択確率を計算する方法であるが、積分範囲が複雑となるため3選択肢までの問題にのみ適用可能である。モンテカルロシミュレーションによる方法は平均ベクトルVと分散共分散行列Σをもつ確率乱数ベクトルUを発生させ、この乱数を利用して選択確率を求める手法である。数値近似法はクラークの公式により$\tilde{U} = \max(U_1, U_2, \cdots, U_i, \cdots, U_I)$の平均と分散を求めることにより選択確率を計算する方法である。式(5)に示すクラークの式は$\tilde{U}_2 = \max(U_1, U_2) \rightarrow \tilde{U}_3 = \max(\tilde{U}_2, U_3) \rightarrow \cdots \rightarrow \tilde{U}_i = \max(\tilde{U}_{i-1}, U_i) \rightarrow \cdots \rightarrow \tilde{U}_I = \max(\tilde{U}_{I-1}, U_I)$の平均$\tilde{V}_i$と分散$\tilde{\sigma}_{ii}^2$および共分散$\tilde{\sigma}_{ij}^2$を順次計算するものである。

$$\tilde{V}_i = V_i + (\tilde{V}_{i-1} - V_i)\,\Phi(\alpha_i) + a_i\,\phi(\alpha_i),\quad \tilde{\sigma}_{ii}^2 = \tilde{\tilde{V}}_i - \tilde{V}_i^2,\quad \tilde{\sigma}_{ij}^2 = \sigma_{ij}^2 + (\tilde{\sigma}_{i-1,j}^2 - \sigma_{ij}^2)\,\Phi(\alpha_i) \qquad (5)$$

ただし、$a_i = (\tilde{\sigma}_{i-1,i-1}^2 + \sigma_{ii}^2 - 2\tilde{\sigma}_{i-1,i})^{\frac{1}{2}}$，$\alpha_i = (\tilde{V}_{i-1} - V_i)/a_i$

$$\tilde{\tilde{V}}_i = V_i^2 + \sigma_{ii}^2 + (\tilde{V}_{i-1}^2 + \tilde{\sigma}_{i-1,i-1}^2 - V_i^2 - \sigma_{ii}^2)\,\Phi(\alpha_i) + (\tilde{V}_{i-1} + V_i)\,a_i\,\phi(\alpha_i)$$

（$\Phi(\cdot)$は累積正規分布関数　$\phi(\cdot)$はその確率密度関数）

推定されるパラメータは式(2)の説明要因jの係数β_jおよび説明要因jの個人による変数を示す誤差項$\Delta\beta_j$の分散共分散行列、説明要因にとりあげられない要因により生じる個人について変動する誤差項ε_iの分散共分散行列である。これらのパラメーターは、ロジットモデルの場合と同様に最尤推定法により推定できる。

4、交通手段選択問題への適用

名古屋市東南部地域での通勤通学交通実態調査結果のデータを用いて、多項プロビットモデルを交通手段選択問題に適用し、その有用性を検討した。選択確率の計算法としてはクラークの近似法を採用し、またパラメーターの推定計算においてはDFP法を用いた。まず、$\Delta\beta_j = 0$とし、選択肢を鉄道、バス、自動車の3代表手段としたときのモデル推定結果の一例を表1に示す。これは、説明要因として自由になる車の有無、総所要時間、乗り換え回数を用い、これらの係数および各手段のダミー変数の係数、分散共分散行列の要素を推定した場合と、これとの比較のため共分散のない場合、すなわちロジットモデルと同一の仮定に基づくモデルについて推定した場合の結果を合わせて示したものである。両モデルにおいて各パラメーターの推定値、尤度比、的中率に大きな差はなく、χ^2検定によってもモデル間に有意差は認められなかった。また、鉄道をアクセス手段（車、バス、徒歩）によって分類し5手段からの選択問題として、先と同様にモデル推定を行ったが、やはり両モデル間で有意な差は認められなかった。

表-1　3代表交通手段選択問題への適用結果

モデルタイプ		共分散あり			共分散なし		
手段		鉄道	バス	自動車	鉄道	バス	自動車
パラメータ	自由になる車がない	2.30 (2.60)	3.31 (4.01)	0.0 (－)	2.31 (3.64)	3.40 (4.40)	0.0 (－)
	総所要時間(分)	−0.0274 (−2.11)			−0.0310 (−2.41)		
	乗換回数(回)	−0.726 (−1.09)			−0.999 (−1.59)		
	ダミー変数	1.83 (1.36)	−0.51 (−0.63)	0.0 (－)	2.40 (1.96)	−0.55 (−0.74)	0.0 (－)
共分散行列		$\begin{pmatrix} 1.00 & 0.61 & 0.16 \\ 0.61 & 1.00 & 0.00 \\ 0.16 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix}$			$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$		
対数尤度 L^*		初期 −110.3		最終 −70.8	初期 −110.3		最終 −71.3
尤度比 ρ^2		0.213			0.245		
的中率(%)		68.0			66.0		

( )内はt値

次に、総所要時間の係数が個人によって変動するとして、すなわち$\Delta\beta_j \neq 0$として、その分散パラメーターの推定を試みた。しかし、この場合も良好な結果は得られなかった。

以上のように、今回の適用例では多項プロビットモデル本来の利点を示し得なかったが、この原因としてサービス変数としてOD間平均値を代用したことなど、用いたデータが適切でなかったことが考えられる。そこで、どのような状況において共分散や$\Delta\beta_j$を考慮する多項プロビットモデルが有用性を示すかを明らかにするため、説明要因の関係が選択肢間で異なるいくつかのデータ群に対し、ある設定した選択構造に合うような乱数を発生させて人工的に選択状況データを作成し、各データ群それぞれについて多項プロビットモデルを適用し比較した。この結果、選択肢間で説明要因の差が小さいとき、共分散を考慮する多項プロビットモデルが有効になること、またその差が大きいとき、$\Delta\beta_j$を考慮するモデルが有効になることが確められた。

参考文献　C. Daganzo : Multinomial Probit, Academic Press, 1979