

建 設 省 正員 桐越 信
(株)長大橋設計センター 正員 塚本 直幸

1. はじめに

選択行動モデルとしての非集計ロジットモデルは、個々の選択行動単位でのデータをそのままモデル構築の際のデータとするところにその特徴がある。しかし、このモデルを交通需要予測の問題に適用する場合には、個々の選択行動単位での説明変数の将来値を得ることは困難であり、そのためなんらかの方法で個々の選択行動単位での選択確率を集計して使用する必要が生ずる。集計の方法についてはいくつか提案されているが、本研究においては、そのうち平均値法とモーメント法をとりあげて考察を行い、その後シミュレーションにより作成された仮想観測値データを用いて、それらのアグリゲーション・バイアスに関する分析を行う。なお本研究においては、二項選択の場合を扱っており、パラメータ推定は最尤法によって行っている。

2. ロジット関数の近似

2つの選択可能な代替案 C, m がある場合、 V_{ic}, V_{im} をそれぞれ個人 i が代替案 C, m を選択した時に得られる効用のうち確率変動しない部分とし、 $V_i = V_{ic} - V_{im}$ とおけば、個人 i が代替案 C を選択する確率 p_i は、非集計ロジットモデルでは式(1)のように表わされる。

$$p_i = 1 / (1 + e^{-V_i}) \text{------(1)}$$

p_i は式(1)に示されるように、 V_i をパラメータとする関数であるが、以下では簡単のために、 V_i は連続変数であるとして、式(1)を式(2)のように表わすものとする。ここで $P(V)$ を選択確率関数とよぶ。

$$P(V) = 1 / (1 + e^{-V}) \text{------(2)}$$

V の分布を確率密度関数 $g(V)$ で表わせば、集団全体における代替案 C の選択比率 P は式(3)で表わされる。

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} P(V) g(V) dV \text{------(3)}$$

式(3)は $g(V)$ に対する $P(V)$ の期待値演算を行っているといふが、この意味で、集計の方法のうちのいくつかは、式(2)のロジット関数で式(3)の期待値演算を行うのではなく、式(3)による期待値演算の結果が変数 V の簡単な関数となるように、 $P(V)$ の関数形を近似式で置換えたものといふことができる。

例えば平均値法は、選択確率関数として式(4)で表わされる関数 $p_n(V)$ (=定数)を用いた場合である。

$$p_n(V) = 1 / (1 + e^{-V_0}) = \text{const.} \text{------(4)}$$

$$\text{ここに } V_0 = E[V] = \int_{-\infty}^{\infty} V g(V) dV$$

式(4)を式(3)に代入して得られる選択比率を P_N とすれば、 P_N は式(5)のようになる。

$$P_N = \frac{1}{1 + e^{-E(V)}} \int_{-\infty}^{\infty} g(V) dV = \frac{1}{1 + e^{-E(V)}} \text{------(5)}$$

$P(V)$ の代用として $p_n(V)$ を用いた様子を図-1に示す。

またモーメント法は、選択確率関数として式(6)で表わされる2次整関数 $p_m(V)$ を用いた場合である。

$$p_m(V) = aV^2 + bV + c \text{------(6)}$$

$$\text{ここに } a = -p_0(1-p_0)(2p_0-1)/2, \quad b = p_0(1-p_0)(1+2p_0V_0-V_0)$$

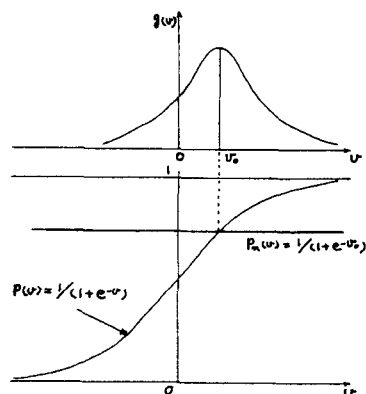


図-1 定数による近似(平均値法)

$$C = P_0 - P_0(1-P_0)V_0 - P_0(1-P_0)(2P_0-1)V_0^2/2, \quad P_0 = 1/(1+e^{-V_0})$$

式(2)の近似として式(6)を用いて算出した選択比率を P_M とし、式(6)を式(3)に代入して整理すれば、式(7)が得られる。

$$\begin{aligned} P_M &= aE[V^2] + bE[V] + C \\ &= P_0 - V[V](1-P_0)(2P_0-1)/2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{ここに} \quad E[V^2] = \int_{-\infty}^{\infty} v^2 g(v) dv$$

$$V[V] = E[V^2] - (E[V])^2$$

$P(V)$ を $P_m(V)$ で近似した様子を図-2に示す。明らかであるが、 $P(V)$ と $P_m(V)$ は $V=V_0$ で接している。

以上のように、平均値法、モーメント法はともにロジット関数を他の関数に置換えることにより、集団全体の選択比率を変数 V のモーメントで近似的に求めようとする方法である。

3. 平均値法とモーメント法のアグリゲーション・バイアス

平均値法あるいはモーメント法のアグリゲーション・バイアスとは、ロジット曲線を直線あるいは放物線で置換えて選択確率の期待値演算を行うために生ずることが明らかとなったが、このことより、変数 V の期待値と分散よりバイアスの大きさを検討することが可能である。

図-3は V が正規分布($E[V]$, $V[V]$)に従い、 $V[V]=8.0$ とした時の P と P_N , P_M の関係を示したものである。図-3の実線と一点鎖線の差①、実線と点線の差②がそれぞれ、平均値法、モーメント法のバイアスを示している。 P_N の値、すなわち式(5)より $E[V]$ の値によっては、非常に大きなバイアスが生ずることがわかる。

以上は V を連続量とした時の議論であるが、同様のことが離散的な観測データのレベルでも言える。ここではシミュレーションにより仮想観測値を作成し、パラメータ推定を行ったうえで、平均値法、モーメント法により選択比率を推計した結果の一例を図-4、図-5に示す。データサイズにかかわらずバイアスの生じていることがわかる。

なお、仮想観測値作成のための設定条件等については文献2)に記してあるが、講演時にも説明を行う。

4. まとめ

本研究においては、平均値法あるいはモーメント法のアグリゲーション・バイアスは、ロジット曲線をそれぞれ直線あるいは放物線で近似して集計するために生ずることを明らかにし、それらのバイアスの大きさについて V の分布特性との関連で検討を行った。その結果、 V の分布特性によってはこれらのバイアスが無視しえないほどに大きいことを明らかにした。今後は、 V の分布特性に応じたバイアスの少ない集計方法について分析を進める必要がある。

参考文献 1) 桐越 信、塚本直幸：“シミュレーションデータによる非集計ロジットモデルの誤差解析”、第5

回土木計画学研究発表会講演集、PP. 450～461、1983

2) 桐越 信、塚本直幸：“非集計ロジットモデルによる選択比率の推定精度に関する研究”、交通工学、投稿中

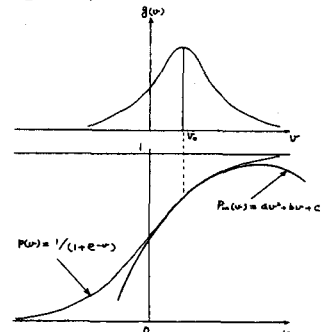


図-2 二次関数による近似(モーメント法)

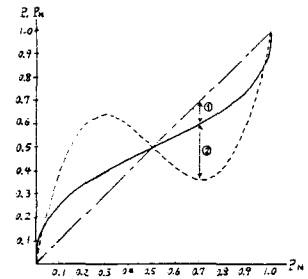


図-3 アグリゲーション・バイアス曲線

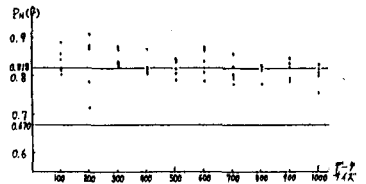


図-4 平均値法による推計選択比率

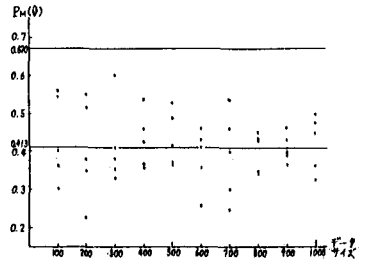


図-5 モーメント法による推計選択比率