

名古屋大学 正員 浅岡 順、 学生員 野津光夫  
学生員 小野恭一、 学生員 上田一晴

### 1. はじめに

粘土の標準圧密試験結果を Terzaghi の 1 次元圧密の理論で説明するのが、一体どのように無理であるのかを調べようとして、いわゆる 2 次圧密など理論外の挙動が卓越していない初期の実験値の挙動を解析した。その目的はしばらくおくとして、方法は以下によった。標準圧密試験で普通に計れるものは供試体の沈下  $\delta(t)$  (または平均ひずみ  $\epsilon(t) = \delta(t)/H$ ) と荷重  $P = P/A$  である。Terzaghi の理論に従うと  $\epsilon(t)$  は、片面排水で荷重一定のときは

$$\epsilon(t) + C_1 \dot{\epsilon}(t) + C_2 \ddot{\epsilon}(t) + \dots = \epsilon_f, \quad \epsilon_f = P \cdot m_r, \quad C_i = (H^2 C_{v,i}) / (2i)! \quad (1)$$

の形の常微分方程式に従っていて、その特性根は周知のように皆負で、絶対値の小さいものから  $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 : \dots = 1 : 9 : 25 : \dots$  のプロポーションをもっている。そこで、圧密実験の比較的初期のデータを用いて、それらが、式(1)で支配されるような時系列になっているかどうかを最初に調べた。結論を先にいえば、実験値は全て式(1)のように非奇次項が定数の絶対安定な常微分方程式に従っていることはほぼ確実に確かめられた。ただ問題はその特性根の比が  $1 : 9 : 25$  のようになっていないことである。表1、表2は、ともに殆ど同じ粘土供試体（練り返した深草粘土からつくった）を用いた殆ど同じ圧密実験の解析例であって、これらの表の第1欄に測定された  $\lambda_1$  と  $\lambda_2$  の比を書いているが、みな一様に 9 以下であって、均質材料の Terzaghi 理論では説明できない。

### 2. 圧密固有値のプロポーションのゆがみとその解釈

上述のような固有値のプロポーションのゆがみは、いろいろに説明はできる。たとえば 2 層系供試体を仮想すれば第2固有値  $\lambda_2$  までの比率は自由にかえることができる（3層なら 3つまで）。しかしあともと均質な供試体を用意していたのであり、均質材料の場合の Terzaghi 式で説明しようという趣旨からはずれる。2次元変形のモードがでているのではないかとも思われたが、これは確かめようがなかった。応力-ひずみ及び透水係数の非線形性の影響であれば、計測時間と piece wise にしてデータを見たとき  $\lambda_2/\lambda_1$  が時間とともに変化してもよさそうなものだが、 $\lambda_2/\lambda_1$  の有意な時間変化は認められなかった。それどころか表1, 2 に示すように  $\lambda_2/\lambda_1$  は荷重の大きさにも殆ど影響されておらず一定で、三笠の指摘がよくあてはまっている。それで、仕方がないので、式(1)の右辺のやが、定数のようにみえていて実は時間とともに変化しているのではないかと考えた。

分銅おもり  $P$  が一定のときに粘土に作用する  $P(t)$  がどのようになるのかはわからないが、測定できる量が事実上  $\lambda_2/\lambda_1$  だけであるので ( $\lambda_2$  の測定精度は大変悪くなる)、実験的には、自由度が 1 の関数しか設定できない。それで、未知パラメータ  $K$  を 1 個だけ余分に使って、 $P(t)$  が時間と  $\epsilon(t)$  に比例して減少する。すなわち

$$P(t) = P/A - K \epsilon(t) / m_r \quad (2)$$

と仮定した。 $K$  は、もし供試体とリシングの間の周面摩擦で解釈するならば、 $K = 4 K_0 \tan \phi (H/D)$ 、D は供試体の直径、などはその近似的解釈のひとつである。(2)のようなときには、Terzaghi 理論に従うと、式(1)に対応するものとして次式が得られる。

$$\epsilon(t) + \frac{(C_1 + K d_1)}{1+K} \dot{\epsilon}(t) + \frac{(C_2 + K d_2)}{1+K} \ddot{\epsilon}(t) + \dots = \frac{\epsilon_f}{1+K} = \gamma_f \quad (3)$$

ここに  $d_i = (H^2 C_{v,i}) / (2i+1)!$ 、 $\epsilon_f$ :周面摩擦がない場合の最終ひずみ量、 $\gamma_f$ :周面摩擦がある場合の最終ひずみ量であり、(3)はみかけ上(1)と全く同形式であって、ただ特性根とそのプロポーションだけが(1)と異なる。

式(3)の  $\varepsilon_f$  と  $\lambda_f$  をもじりて、つきの量をとりあえず「マサツ率」と呼んでおくことにする。

$$\eta = \frac{\varepsilon_f - \lambda_f}{\varepsilon_f} = \frac{k}{1+k} \quad (4)$$

さて、式(3)の  $k$  (または  $\eta$ ) を種々変化させると、式(3)から得られるみかけの固有値  $\lambda_2/\lambda_1$  が得られて、それらは式(1)のものと少しずつ異なる。その関係を図示したもののが図1であり、式(3)の固有値の計算は FEM によった。図1の見方はつきのようである。まず実験から、式(3)をあてはめて、 $\lambda_2/\lambda_1$  を測定し、図1の左側の縦軸から出発して、右下り曲線を用いて  $\eta$  や  $k$  を知る。つぎにこの  $\eta$  から出発して、図中の右上り曲線を利用して右の縦軸に至ると  $\lambda_2/\lambda_1$  がもとまる。ここに  $\lambda_2/\lambda_1$  は真の第1固有値で、式(1)の入のことである。したがってみかけの第1固有値から真の入がわかり、結果として、次式によって  $C_v$  を求めることができる。

$$C_v = - \left( \frac{2H}{\pi} \right)^2 \lambda_1 \quad (5)$$

### 3. 表1, 2 の説明と考察

表1, 2 は上記のようにして得られた解析結果である。ここで特に、式(3)を初期の実験値にあてはめることによって、 $\lambda_f$  (最終平均ひずみ量) がすぐに予測できることである。表1, 2 はこれらの  $\lambda_f$  を基準にしてときの圧密度で、20~60% の間の実験値を用いて作製された。(  $\lambda_f$  以外であればどの区間をとっても表1, 2 の内容はあまりかわらない)。この  $\lambda_f$  と、24時間後の実験値とでは大きな開きがあり、初期の圧密挙動からは、24時間後のことなど全くわからないかった。途中で時系列の構造がかわることは確かなようであって、今後実験データのより進んだ新しい見方と手法が必要なことが痛感される。実験指導を頂いた名工大・松岡・中井両先生に感謝します。

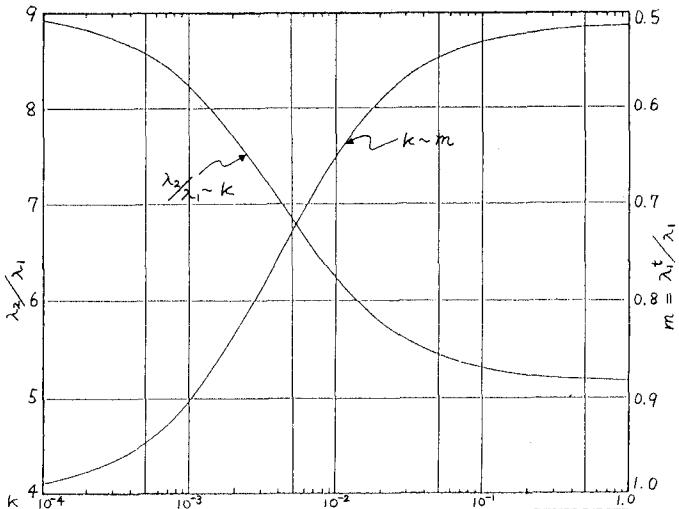


図1  $k \sim \eta$ ,  $\lambda_2/\lambda_1 \sim k$ ,  $\lambda_2/\lambda_1 \sim \eta$  の関係

表1 供試体1

(変位量の単位  $1/1000 \text{ mm}$ )

	0.2%	0.4%	0.8%	1.6%	3.2%	6.4%	12.8%
$\lambda_2/\lambda_1$	5.46	5.31	5.59	5.71	5.48	5.33	5.27
$\eta (\%)$	4.4	8.9	2.9	2.3	3.9	7.4	10.7
$C_v \times 10^3$ (cm³)	0.934	1.199	1.509	1.766	1.805	1.738	1.736
$m_f (\text{kg/mm}^2)$	0.246	0.125	0.071	0.037	0.021	0.012	0.007
$\lambda_f (\%)$	2.300	1.499	1.076	0.645	0.385	0.207	0.114
式(3)から 算出 最終平均ひずみ量	458	429	488	474	524	556	586
24時間後の 変位量	486	476	540	532	586	624	662

( $\lambda_f$  は解析区間 20~60% における変位量から統計的手法を求めて同定した。)

表2 供試体2

(変位量の単位  $1/1000 \text{ mm}$ )

	0.2%	0.4%	0.8%	1.6%	3.2%	6.4%	12.8%
$\lambda_2/\lambda_1$	5.61	5.35	5.78	5.63	5.52	5.33	5.29
$\eta (\%)$	2.8	7.1	2.0	2.7	3.8	7.8	9.5
$C_v \times 10^3$ (cm³)	0.828	1.044	1.565	1.685	1.821	1.755	1.766
$m_f (\text{kg/mm}^2)$	0.352	0.163	0.082	0.040	0.022	0.012	0.007
$\lambda_f (\%)$	2.914	1.700	1.286	0.667	0.408	0.214	0.120
式(3)から 算出 最終平均ひずみ量	669	566	558	520	560	576	610
24時間後の 変位量	738	592	596	566	616	640	680