

1. はじめに 局部載荷時や掘削時の粘土地盤の挙動解析を合理的に行うには、粘土のレオロジー特性を十分に把握しておく必要がある。そこで本研究では、粘土地盤の破壊予知と制御への応用を究極の目標として、まず正規圧密粘土の非排水フリープ破壊挙動の解析を行うものである。以前にも筆者は同様なフリープ破壊問題の解析<sup>注1)</sup>を行っているが、それはRunge-Kutta-Gill法による数値計算に基づくものであり、各種のパラメータ<sup>注2)</sup>のような形でフリープ破壊を支配しているかは、不明であった。本研究では、最近筆者が得たフリープ破壊の解析解に基づいて上述のような難点を解消するとともに、フリープ破壊に対する統一的な理論的枠組を与えようとするのである。

注1) Seeliguchi, H. (1977), Proc. 9th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Vol. 1, pp. 289-292.

## 2. 正規圧密粘土の非排水フリープ破壊の理論

(a) 弾・粘塑性構成式の一般表示 先に筆者は正規圧密粘土のレオロジー特性を表現するために、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}$ が弾性成分 $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ と粘塑性成分 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ の和から成ると仮定した後、 $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ と $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ のそれぞれに対して次式のような具体的表現を求めている。<sup>注1)</sup>

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{Kp}{3(1+e_0)p} \delta_{ij} + \frac{\dot{\gamma}_{ij}}{2\tau} \quad \text{----- (1)}, \quad \dot{\epsilon}_{ij}^p = \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\dot{\gamma}_{ij}}{\alpha}\right) \right] \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} + \dot{\gamma}_{ij} \exp\left(\frac{f - \dot{\gamma}_{ij}}{\alpha}\right) \frac{\partial f}{\partial \dot{\gamma}_{ij}} \quad \text{----- (2)}$$

ここに、 $K$ は膨潤指数、 $e_0$ は規準間隙比、 $p$ は平均有効主応力( $=\sigma_{ii}/3$ )、 $\dot{\gamma}_{ij}$ は偏差応力、 $\tau$ はせん断剛性率、 $\dot{\gamma}_{ij}$ は体積ひずみ $\dot{\gamma}_{ij}$ の粘塑性成分、 $\alpha$ は二次圧縮指数、 $\dot{\gamma}_{ij}$ は規準体積ひずみ速度、 $\sigma_{ij}$ は有効応力、そして $f$ は次式で定義されるスカラー関数である。

$$f = \frac{\lambda - K}{1 + e_0} \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + D \cdot \left(\frac{\sigma}{p} - \eta_0\right) \quad \text{----- (3)}$$

ただし、 $\lambda$ は圧縮指数、 $D$ はダイレイタンシー係数(柴田, 1963)、 $\sigma$ は一般化された主応力差( $=\sqrt{3/2}\sigma_{ij}\sigma_{ij}$ )、 $p_0$ と $\eta_0$ は、それぞれ規準状態における $p$ と $\sigma/p$ の値である。

(b) 破壊条件 上記理論における破壊条件は、 $\dot{\epsilon}_{ij}^p \rightarrow \infty$  となるときの有効応力条件として規定される。すなわち、式(2)において $\frac{\partial f}{\partial \dot{\gamma}_{ij}} = 0$ となることである。式(3)の定義式を考慮すると結局、破壊条件はつぎのようになる。

$$\sigma/p = M, \quad \text{ただし } M \equiv \frac{\lambda - K}{D \cdot (1 + e_0)} \quad \text{----- (4)}$$

上式の結果は、時間効果を考慮していないRoscoeら(1963)のカムフレイ・モデルと太田(1971)のダイレイタンシー理論の結果と形式的に一致している。

(c) 粘塑性体積ひずみ $\dot{\gamma}_{ij}$ に関する一般解 式(2)において $\dot{\gamma}_{ij} = \dot{\gamma}$ とし、総和をとると、粘塑性体積ひずみ $\dot{\gamma}_{ij}$ に関する一階の微分方程式が得られる。この式を解くために、両辺から $\dot{\gamma} \equiv \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ii}} \dot{\sigma}_{ii}$ を引いた後に、 $\exp\left(\frac{f - \dot{\gamma}}{\alpha}\right)$ を乗じる。ついでこれを、時間 $t=0$ において $\dot{\gamma}=0$ なる初期条件のもとで積分すると、任意の $\sigma_{ij}(t)$ のときにあつた粘塑性体積ひずみ $\dot{\gamma}_{ij}$ の一般解が、次式のように求められる。

$$\dot{\gamma} = \alpha \cdot \ln \left[ 1 + (\dot{\gamma}_0 t / \alpha) \exp(f/\alpha) \right] \quad \text{----- (5)}$$

式(5)は、元々の構成式(2)が、 $F \equiv \alpha \cdot \ln \left[ 1 + (\dot{\gamma}_0 t / \alpha) \exp(f/\alpha) \right]$ で定義される粘塑性ポテンシャル $F$ の存在と、随伴粘塑性流動則に基づいていることの必然的な帰結である。

(d) 非排水条件における粘塑性ひずみ $\dot{\gamma}_{ij}$ の表現 飽和粘土に対する非排水条件は、 $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}^e + \dot{\gamma}^p = 0$ で表わされる。式(1)からわかるように、 $\dot{\gamma}^e \equiv \dot{\epsilon}_{ii}^e = \frac{K \cdot \dot{p}}{(1+e_0)p}$ であるから、非排水という拘束条件下の粘塑性体積

ひずみ $\epsilon$ は次式を満足しなければならない。

$$\epsilon = -\frac{\kappa}{1+e_0} \ln(p/p_0) \text{ ---- (6)}$$

(e) 非排水フリープにおける平均有効主応力 $p$ の経時変化

式(5), (6)から $\epsilon$ を消去し, 経過時間 $t$ に関して解くと, 次式が得られる。

$$t = \frac{\alpha}{\dot{\epsilon}_0} \left\{ 1 - \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa}{\alpha(1+e_0)}} \right\} \cdot \exp \left\{ -\frac{\lambda \ln(p/p_0) + \frac{\lambda-\kappa}{M} (\frac{\sigma}{p} - \eta_0)}{\alpha \cdot (1+e_0)} \right\} \text{ ---- (7)}$$

上式において, 三軸フリープ試験の場合にはフリープ応力 $\sigma (= \sigma_1 - \sigma_3)$ が $\sigma = 0$ 以降は時間的に一定であることに注意すると, この関係式が非排水フリープにおける平均有効主応力 $p$ の経時変化を表わしていることがわかる。

(f) フリープ破壊時間 $t_f$ とフリープ応力 $\sigma$ との関係

フリープ破壊は, 先述のように式(4)を満足する有効応力条件のもとで起る。すなわち, フリープ破壊時の $p$ の値は,  $p = \sigma/M$ となる。この関係式を式(7)に代入すると, つぎのようになる。 ---- (8)

$$t_f = \frac{\alpha}{\dot{\epsilon}_0} \left\{ 1 - \left( \frac{\sigma}{Mp_0} \right)^{\frac{\kappa}{\alpha(1+e_0)}} \right\} \cdot \exp \left\{ -\frac{\lambda \ln(\frac{\sigma}{Mp_0}) + \frac{\lambda-\kappa}{M} (M - \eta_0)}{\alpha \cdot (1+e_0)} \right\}$$

図-1は, 一例として式(8)を等方正規圧縮粘土(モデル粘土)の三軸非排水フリープ破壊へ適用した結果を示すものである。解析に用いた土質パラメータ値は, 文献(1)の表-1に記載されているものと同一である。

(g) 二次フリープにおける特性量 $M_s$ ,  $\dot{\epsilon}_{1s}$  および $t_s$

フリープ破壊に至る場合の軸ひずみ $\epsilon_1$ の経時変化に注目すると, 一般に一次フリープ, 二次フリープおよび三次フリープの三領域に分けることができる。すなわち, 一次フリープ領域ではひずみ速度 $\dot{\epsilon}_1$ は時間とともに減少し, ある時間 $t_s$ で最小値(一定値) $\dot{\epsilon}_{1s}$ をとる。そして,  $t \geq t_s$ の三次フリープ領域では一転して, ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_1$ は時間とともに増加して行き, ついにフリープ破壊に至る。

上述のことから二次フリープ領域では $\ddot{\epsilon}_1 = 0$ となることがわかる。構成式(1)~(3)と非排水拘束条件式(6)に基づいて,  $\ddot{\epsilon}_1 = 0$ を満たす有効応力条件を求めてみると,  $\sigma = M_s \cdot p$ となる。ここに $M_s$ は, 土質定数 $\frac{\kappa}{1+e_0}$ および $\alpha$ で表わされる材料定数である。すなわち,  $X \equiv M_s/M$ とおくと,  $M_s/M$ の値は, 次式のような $X$ に関する三次方程式の根(ただし,  $0 \leq X \leq 1$ )として求めることができる。

$$\frac{(\frac{\lambda-\kappa}{\lambda-\kappa} - X)^2 (1-X)}{\frac{\kappa}{\lambda-\kappa} + 2 \cdot (1-X)} = \frac{\alpha \cdot (1+e_0)}{\lambda-\kappa} \cdot X \text{ ---- (9)} \quad (X \equiv M_s/M)$$

このようにして若干の演算の後, 二次フリープ速度 $\dot{\epsilon}_{1s}$ は次式のように求められる。(解析例を図-2に示す)

$$\dot{\epsilon}_{1s} = \frac{\dot{\epsilon}_0}{(M-M_s) \cdot \left\{ 1 + \frac{\lambda-\kappa}{\kappa \cdot M} (M-M_s) \right\}} \cdot \exp \left\{ \frac{\lambda \ln(\frac{\sigma}{M_s p_0}) + \frac{\lambda-\kappa}{M} (M_s - \eta_0)}{\alpha \cdot (1+e_0)} \right\} \text{ ---- (10)}$$

他方, 二次フリープまでの時間 $t_s$ は, 式(7)中の $p$ に $\frac{\sigma}{p_0}$ を代入することにより求まる。同式と式(10)より, 微小項 $(\frac{\sigma}{Mp_0})^{\frac{\kappa}{\alpha(1+e_0)}}$ を無視すると, 二次フリープ領域における $\dot{\epsilon}_{1s} \cdot t_s$ の値は, 次式のように材料定数のみで表わすことができる。 $\dot{\epsilon}_{1s} \cdot t_f = \text{一定なる関係と, 同様にして得られることを最後に補足しておく。}$

$$\dot{\epsilon}_{1s} \cdot t_s = \alpha / [(M-M_s) \cdot \left\{ 1 + \frac{\lambda-\kappa}{\kappa \cdot M} (M-M_s) \right\}] = \text{Constant} \text{ ---- (11)}$$

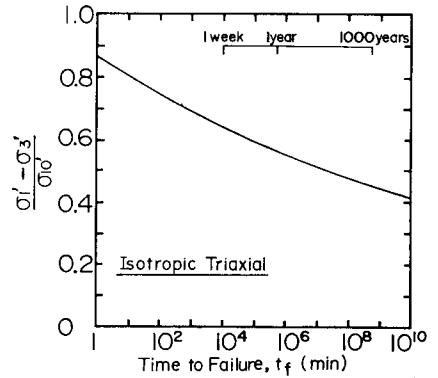


図-1 フリープ応力とフリープ破壊時間の理論的關係

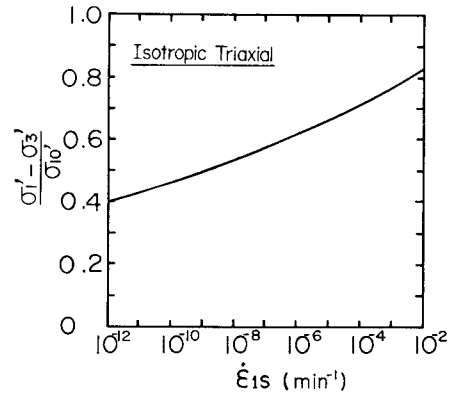


図-2 フリープ応力と二次フリープにおけるひずみ速度の理論的關係