

広島大学工学部 正会員 〇 森 脇 武 夫
 広島大学工学部 正会員 網 干 寿 夫
 広島大学大学院 紀 淳

1. まえがき

より現実的な粘土地盤の挙動解析を行なうには、粘土の弾・塑性的な性質とクリープなどの時間依存性を同時に考慮できる構成式を用いる必要がある。そこで、本研究では、土の弾・塑性的な挙動を合理的に説明している Cam-Clay モデル¹⁾の消散エネルギー式を再考し、摩擦によるものだけでなく、粘性による消散エネルギーも合せて考慮することによって、弾・塑性的な性質と時間依存性を同時に表現できるような弾・粘塑性モデルを提案しようとするものである。

2. 構成式

Cam-Clay モデルでは、外部消散エネルギー増分 dW_{ex} ($=\delta d\sigma^p + p d\nu^p$) と内部消散エネルギー増分 dW_{in} ($=M p d\sigma^p$) が等しいと考え、次のようなエネルギー式を与えている。

$$\delta d\sigma^p + p d\nu^p = M p d\sigma^p \quad (1)$$

いま、ここで、 dW_{in} について考えてみる。摩擦による内部消散エネルギー $(dW_{in})_{fric}$ は、摩擦応力 $\tau_{fric} = \mu \sigma'_N$ より

$$(dW_{in})_{fric} = \mu \sigma'_N d\varepsilon \quad (2)$$

となる。一方、粘性によってもエネルギー消散が存在すると考えると、粘性による内部消散エネルギー増分 $(dW_{in})_{visc}$ は、粘性応力 $\tau_{visc} = \eta \cdot d\varepsilon/dt$ (ここに、 η は粘性係数であり、関数であってもかまわない) より、次のように表わせる。

$$(dW_{in})_{visc} = \eta \cdot d\varepsilon/dt \cdot d\varepsilon \quad (3)$$

さらに、摩擦と粘性の組み合わせとして、 $\dot{\varepsilon} = d\varepsilon/dt \rightarrow 0$ で Cam-Clay モデルとなるように考慮し、Voigt タイプの組み合わせを採用すると、 dW_{in} は次のように書き改められる。

$$dW_{in} = \mu \cdot \sigma'_N \cdot d\varepsilon + \eta d\varepsilon/dt \cdot d\varepsilon \quad (4)$$

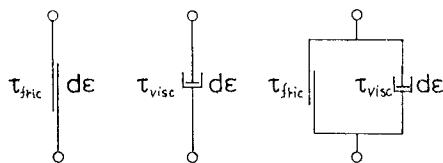
従って、Cam-Clay モデルのエネルギー式 (1) の代わりに、粘性を考慮したエネルギー式として、次式を用いる。

$$\delta d\sigma^p + p d\nu^p = M p d\sigma^p + \eta \frac{d\sigma^p}{dt} d\sigma^p \quad (5.a)$$

$$\text{または、} \frac{d\nu^p}{d\sigma^p} = M - \frac{\eta}{p} + \frac{\eta}{p} \frac{d\sigma^p}{dt} \quad (5.b)$$

式 (5.b) で $d\sigma^p/dt \rightarrow 0$ で $d\nu^p/d\sigma^p = M - \eta/p$ となり、Cam-Clay モデルとなる。また、critical state (p_x, σ'_f) では $d\nu^p = 0$, $d\nu^p/d\sigma^p = 0$ 。ただし、ここでは、Cam-Clay モデルとは異なり、 $M_f = \sigma'_f/p_f \neq M$ となる。すなわち、

$$M_f = \frac{\sigma'_f}{p_f} = M + \frac{\eta}{p_f} \frac{d\sigma^p}{dt} \quad (6)$$



(a) 摩擦 (b) 粘性 (c) 摩擦と粘性

Fig. -1 レオロジーモデル

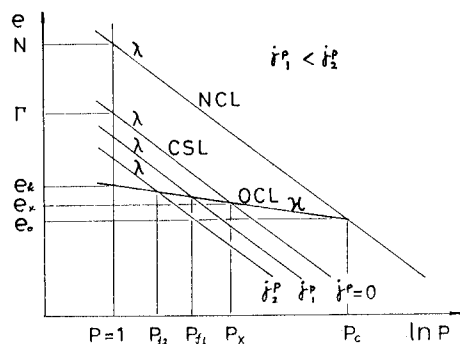


Fig. -2 圧密履歴

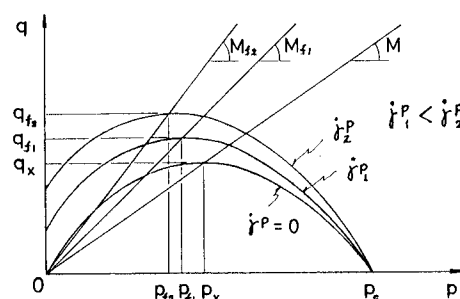


Fig. -3 降伏曲線

直交則 $dg/dp = -dv^p/dt^p$ とエネルギー式 (5.6) より、

$$\frac{dg}{dp} = -\left(M - \frac{g}{p}\right) + \frac{\eta}{p} \frac{dv^p}{dt^p} \quad (7)$$

一般には、この式もある境界条件下で積分し、降伏関数を求めるわけであるが、ここでは、簡単にするため、 dg, dp によって dv^p, dv^p が生じる dt 時間内では、 $dv^p/dt^p = \text{Const.}$ であるとする。また、粘性係数 η も定数であると仮定すると、

$$\eta \cdot dv^p/dt^p = g_{\eta} = \text{Const.} \quad (8)$$

となる。従って、式 (7) は、次のようになる。

$$\frac{dg}{dp} = -\left(M - \frac{g - g_{\eta}}{p}\right) \quad (9)$$

これを Fig. - 2 の条件を考慮して積分すると、降伏曲線は、

$$\frac{g}{MP} - \frac{g_{\eta}}{MP} \left(1 - \frac{p}{p_0}\right) + \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = 0 \quad (10)$$

となる。これは、Cam-Clay モデルに、第2項が加わったものとなっている。さらに、降伏曲線を連ねた Roscoe 面に相当するものは、次式のようになる。

$$g = g_{\eta} \left\{ 1 - \frac{p}{\exp\left\{\frac{1}{\lambda - \kappa}(N - e - \kappa \ln p)\right\}} \right\} + \frac{MP}{\lambda - \kappa} (N - e - \lambda \ln p) \quad (11)$$

非排水試験における stress path は、 $e = e_0$ より

$$g = g_{\eta} \left\{ 1 - \frac{p}{p_0 \exp\left\{\frac{\kappa}{\lambda - \kappa} \ln\left(\frac{p_0}{p}\right)\right\}} \right\} + \frac{\lambda M}{\lambda - \kappa} p \ln\left(\frac{p_0}{p}\right) \quad (12)$$

となる。また、軸対称応力条件下での dv^p と dt^p は、それぞれ次のように書き表わせる。

$$dv^p = \frac{\lambda - \kappa}{(1+e)MP} \frac{1}{1 + \frac{g_{\eta}}{MP}} \left\{ dg + \left(M - \frac{g - g_{\eta}}{p}\right) dp \right\} \quad (13.a)$$

$$dt^p = \frac{\lambda - \kappa}{(1+e)MP} \frac{1}{1 + \frac{g_{\eta}}{MP}} \left\{ \frac{dg}{M - \frac{g - g_{\eta}}{p}} + dp \right\} \quad (13.b)$$

3. 解析結果

粘性を考慮した Cam-Clay モデルを用いて、 $dv^p/dt^p = \text{一定}$ で行なわれた場合の非排水圧縮試験の解析結果を Fig. - 4 と 5 に示す。これらの図より、ひずみ速度 dv^p/dt^p が大きいほど、同一のひずみ量と平均有効応力 p に対して、軸差応力 g が大きくなっていることがわかる。また、Fig. - 5 において、 dv^p/dt^p が大きいほど、 M_{η} の値も大きくなっており、ひずみ速度によって critical state line の勾配も変化していることがわかる。通常、定ひずみ速度圧縮試験では、 dv^p/dt^p はひずみの増大とともに大きくなるから、軸差応力 g もひずみとともに更に大きくなり、ひずみ硬化を顕著に示すと思われる。

このように、 dv^p/dt^p は一定でなく、一般的には変化している。さらに、粘性係数 η もひずみ速度、あるいはひずみの関数であると考えられる。そこで、今後は、これらが変化する場合や、等方的な変形のみが生じる場合など、より一般的な場合について、検討を進めたい。

謝辞：日頃御指導いただいている本学吉国洋助教授、中ノ堂裕文助手に深く感謝いたします。

参考文献：1). 例えば Schofield & Wroth, "Critical State Soil Mechanics." McGraw-Hill, 1968

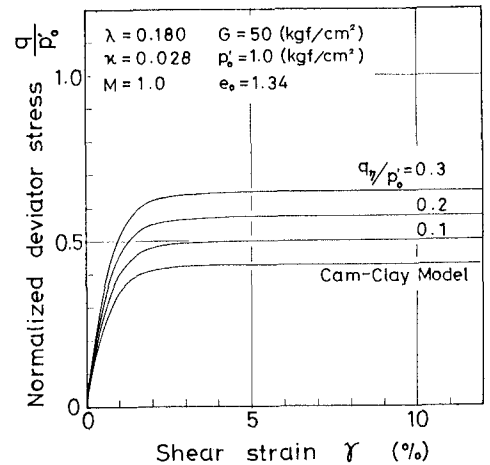


Fig. - 4 応力～ひずみ 曲線

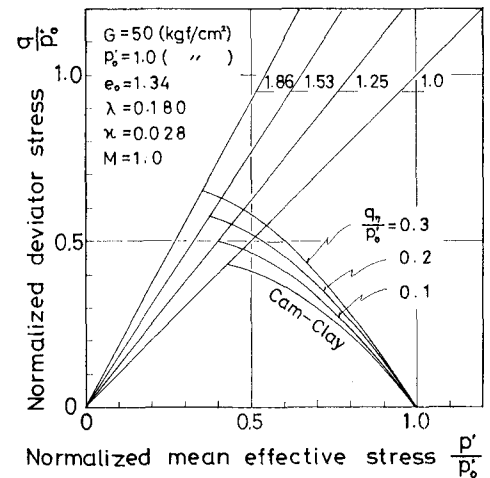


Fig. - 5 有効応力経路