III-212 流動曲面理論による粘土の弾粘塑性構成式

大阪大学工学部 正員 松井 保
大阪大学工学部 正員 阿部信晴

1. まえがき

これまでに提案されている粘土の弾粘塑性構成式は，理論構成の面から次の２つに大別される[1]。すなわち，(1) 超過応力（Over stress）の概念による弾粘塑性理論（Over stress theory）にもとづくもの，(2) 流動曲面理論（Flow surface theory）にもとづくもの，である。本報告は(2)のタイプの粘土の弾粘塑性構成式について考察したものである。

2. 流動曲面理論

流動曲面理論は，時間依存性の内部変数を用いた弾粘塑性理論であり，Naghdi・Murch[2]，Olszack・Perzyna[3]らによって提案されている。この理論は，弾塑性理論と同様な理論構成の中に時間依存性を有する内部変数を導入することによって，時間とともに変化する降伏曲面（負荷曲面）という概念にもとづいて構成されている。そして，この曲面は流動曲面（Flow surface）と呼ばれる。したがって，このタイプの弾粘塑性理論においては，その時間依存性の内部変数をゼロとおけば直ちに非粘性の弾塑性理論となる。

Olszack・Perzyna[3]によれば，流動曲面は次式で与えられる。

$$f=f(\sigma_{ij},\ \varepsilon_{ij}^{vp},\ \eta)=0 \qquad (1)$$

ここに，ε_{ij}^{vp}は粘塑性ひずみ，ηは内部変数で時間tの関数である。そして，$f=0$で粘塑性状態が規定され，弾性ひずみと粘塑性ひずみが生じる。$f<0$は弾性状態で，弾性ひずみのみが生じる。そして，流動曲面の凸面性と粘塑性ひずみ速度ベクトルの方向が流動曲面上の応力点における外向き法線方向に一致すると仮定すれば，粘塑性ひずみ速度は次式で与えられる。

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}=\lambda\frac{\partial f}{\partial\sigma_{ij}} \qquad (2)$$

λは適応の条件から決定され，最終的な構成関係は次式で与えられる。

$$\dot{\varepsilon}_{ij}=\dot{\varepsilon}_{ij}^{e}+\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}=H_{ijkl}\dot{\sigma}_{kl}+h\left\langle\frac{\partial f}{\partial\sigma_{mn}}\dot{\sigma}_{mn}+\frac{\partial f}{\partial\eta}\frac{d\eta}{dt}\right\rangle\frac{\partial f}{\partial\sigma_{ij}}=H_{ijkl}\dot{\sigma}_{kl}+h\langle L\rangle\frac{\partial f}{\partial\sigma_{ij}} \qquad (3)$$

ここに，H_{ijkl}は弾性マトリックス，hは硬化関数である。また，$\langle\ \rangle$はMacauley bracketであり，したがって，$f=0$，$L<0$で除荷，$f=0$，$L=0$で中立負荷，$f=0$，$L>0$で負荷となる。

3. 粘土のクリープ特性と流動曲面

粘土のクリープ特性は，多くの場合，次式によって表現できることが多い。

$$\dot{x}^{c}=\frac{\dot{x}_0^{c}}{(1+\beta t)^{\alpha+1}} \qquad (4)$$

ここに，α，βは材料定数であり，$\alpha\geqq 0$，$\beta>0$である。x^cはクリープひずみ変量である。いま，基本クリープ特性式として(4)式を，また，x^cとしてクリープ体積ひずみv^cを仮定して，(4)式を時間tに関して積分すれば，$\alpha\neq 0$，$\alpha=0$に対して，それぞれ(5)，(6)式の体ひずみ～時間関係が得られる。

$$\alpha\neq 0,\ v^c=\frac{\dot{v}_0^c}{\alpha\beta}\left\{1-\frac{1}{(1+\beta t)^{\alpha}}\right\} \qquad (5) \qquad \alpha=0,\ v^c=\frac{\dot{v}_0^c}{\beta}\ln(1+\beta t) \qquad (6)$$

(5)式は体積ひずみに関する冪乗クリープ則（Power law）であり，(6)式は対数クリープ則（Logarithmic law）である。また，$\alpha=1$の場合，(5)式は有理クリープ則（Rational law）と呼ばれる。

α≠0の場合, (4), (5)式から次式のクリープ体積ひずみとその速度の関係が得られる。

$$\dot{v}^c = \frac{1}{1+\beta t}(\dot{v}^c_0 - \alpha\beta v^c) \quad (7)$$

(7)式に, $v^c = v^{vp} - v^p$, $\dot{v}^c = \dot{v}^{vp}$の関係を代入して解き, $\dot{v}^c_0$を$\dot{v}^{vp}_0$と書き直すと次式を得る。

$$v^{vp} = \left(v^p + \frac{\dot{v}^{vp}_0}{\alpha\beta}\right)\left\{1 - \frac{1}{(1+\beta t)^\alpha}\right\} \quad (8)$$

また, α＝0の場合, (4), (6)式から(9)式のクリープ体積ひずみとその速度の関係が, そしてそれを同様に解いて(10)式が得られる。

$$\dot{v}^c = \dot{v}^c_0 \exp\left\{-\left(\frac{\beta}{\dot{v}^c_0}\right)v^c\right\} \quad (9)$$

$$v^{vp} = \frac{\dot{v}^{vp}_0}{\beta}\ln\left[1+\beta t \exp\left\{\left(\frac{\beta}{\dot{v}^{vp}_0}\right)v^p\right\}\right] \quad (10)$$

(8), (10)式中の塑性体積ひずみv^pを応力の関数として評価すれば, これらを流動曲面として数値解析に用いることができる。なお, (10)式はSekiguchi[4]によってすでに誘導されているものである。

4. 数値計算例

流動曲面として(8)式を用いて行った弾粘塑性解析の結果が図-1～4に示されている。図-1は, 軸圧載荷速度一定の非排水三軸圧縮試験の有効応力経路を示したものである。また, 図-2は軸圧載荷速度のせん断強度に与える影響を示したものである。図-3は, 非排水三軸クリープ試験における加速クリープ挙動を示したものである。図-4は一次元圧密の沈下曲線を示したものであり, 収束性の二次圧密沈下挙動を示すことがわかる。このように, (8)式によって正規圧密粘土の時間依存性挙動を定性的には表現できるようである。

参考文献

1) 松井・阿部, 第18回土質工学研究発表会講演集
2) Naghdi・Murch, J. Appl. Mech. 30, 1963 pp. 321－328
3) Olszack・Perzyna; Proc. 11th Int. Cong. of Applied Mechanics, 1964, pp 545－553.
4) Sekiguchi, Proc. 9th ICSMFE, vol. 1, 1977, pp. 289－292