

京都大学大学院 学生員 飯塚 敦
京都大学工学部 正員 太田 秀樹

1. はじめに

土固有の弾塑性構成式として提案された関口・太田(1977), 太田・関口(1979)による構成式を用い、平面ひずみ状態のもとで、非排水および排水条件下の応力-ひずみ関係を導いたのを報告する。尚、弾性成分は、無視している。

地盤の変形解析においては、構成関係を定めるのに必要なパラメータなどのようにして決定するかが、大きな問題となる。ここで取り上げている構成式は、3つのパラメータ、 M, λ, D と、応力の異方性を表わす η_0 により定められることを示している。ここに、 M : critical state parameter, $\lambda = 1 - \frac{\kappa}{\lambda}$: λ, κ は、それぞれ 0.4346, 0.9346 なる圧縮指数と膨潤指数, D : 栗田(1963)によるダイレイタンス係数, $\eta_0 = \frac{\sigma_0}{p_0} = \frac{3(1-K_0)}{1+2K_0}$: 初期応力比, である。

2. 関口・太田モデル

関口・太田モデルでは、土の体積変化は次式で表わされる。

$$v = \frac{\lambda}{1+e_0} \ln \frac{p}{p_0} + D\eta^* = \frac{M}{\lambda} \ln \frac{p}{p_0} + D\eta^* \quad \dots (1), \quad \eta^* = \sqrt{\frac{3}{2}(\eta_{ij} - \eta_{ij0})(\eta_{ij} - \eta_{ij0})} \quad \dots (2)$$

ここに、 e_0, p_0 は、 K_0 圧密終了時における間隙比と平均有効主応力である。

また、 $v = v^e + v^p$ (v^e : 弾性体積ひずみ, v^p : 塑性体積ひずみ) $\dots (3)$ であり、降伏関数 f は、 v^p と硬化パラメータとで、 $f = \frac{\lambda - \kappa}{1+e_0} \ln \frac{p}{p_0} + D\eta^* = DM \ln \frac{p}{p_0} + D\eta^* \quad \dots (4)$

と表わされる。(4)式に associated flow rule を適用すると、塑性ひずみ増分テンソルは、

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{D_{ij}}{p} \left[\left\{ \frac{MD}{3} + \frac{D}{2\eta^*} \eta_{mn}(\eta_{mn} - \eta_{mn0}) \right\} \delta_{ij} + \frac{3D}{2\eta^*} (\eta_{ik} - \eta_{ik0}) \right] d\sigma_{kk}', \quad D_{ij} = \left[\frac{1}{3} \delta_{ij} + \frac{\frac{3}{2\eta^*} (\eta_{ij} - \eta_{ij0})}{M - \frac{3}{2\eta^*} \eta_{mn}(\eta_{mn} - \eta_{mn0})} \right] \quad \dots (5)$$

となり、ここに $p = \frac{1}{3} \sigma_{ij}' \delta_{ij}$ (平均有効主応力), $S_{ij} = \sigma_{ij}' - p\delta_{ij}$ (偏差主応力成分), $\eta_{ij} = \frac{S_{ij}}{p}$ (相対偏差応力) である。

3. 平面ひずみ条件

Fig. 1 に示される 2-方向拘束の平面ひずみ状態において、中間主応力 σ_2' は、

西原・太田・畠(1991)により、 $\sigma_2 = \frac{K_0}{1+K_0} (\sigma_1' + \sigma_3') \quad \dots (6)$ と近似される。平均

有効主応力 p と軸差主応力 q を用いると、(2)式および(5)式中の応力項は、

$$\eta^* = \frac{\sqrt{3}}{2} \left| \frac{q}{p} - \frac{\sigma_0}{p_0} \right| = a \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{q}{p} - \eta_0 \right) \quad \dots (7), \quad \eta_{ik}(\eta_{ik} - \eta_{ik0}) = \frac{1}{2} \frac{q}{p} \left(\frac{q}{p} - \eta_0 \right) \quad \dots (8)$$

と表わされる。ここに、 $p = \frac{1+2K_0}{3(1+K_0)} (\sigma_1' + \sigma_3')$, $q = \sigma_1' - \sigma_3'$, $a = \begin{cases} +1 & (\text{圧縮側}) \\ -1 & (\text{引張側}) \end{cases}$ である。

(7)式、(8)式と(5)式に代入して整理すると、塑性体積ひずみ v^p , 軸ひずみ ϵ_1^p , 側方ひずみ ϵ_3^p の各増分は、

$$v^p = (M - a \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{q}{p}) D \frac{dp}{p} + a \frac{\sqrt{3}}{2} D \frac{dq}{p} \quad \dots (9), \quad d\epsilon_1^p = dv^p \left(\frac{1}{3} + \frac{a \frac{\sqrt{3}}{2}}{M - a \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{q}{p}} \right) \quad \dots (10), \quad d\epsilon_3^p = dv^p \left(\frac{1}{3} - \frac{a \frac{\sqrt{3}}{2}}{M - a \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{q}{p}} \right) \quad \dots (11)$$

と表わされる。ここで、中間主応力 σ_2 (6)式により近似しているため、2方向のひずみは、 $d\epsilon_2^p = \frac{1}{3} dv^p$ として値をとる。

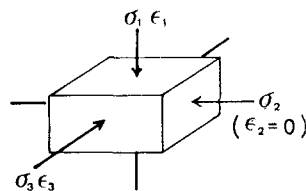


Fig. 1 平面ひずみ状態

a). 非排水条件

非排水条件は、せん断中の体積変化および、体積ひずみ成分をゼロとすることにより、

$$dv = dv^e + dv^p = 0 \quad \dots (12), \quad v = \frac{M}{\lambda} \ln \frac{p}{p_0} + a \frac{\sqrt{3}}{2} D \left(\frac{q}{p} - \eta_0 \right) = 0 \quad \dots (13)$$

となる。(12)式より $dv^p = -dv^e = -\frac{(1-\lambda)}{\lambda} DM \frac{dp}{p}$ および (13)式より、 $\frac{q}{p} = \eta_0 - a \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\lambda}{M} \ln \frac{p}{p_0}$ と (9), (10), (11) 式に代入して、

$$d\epsilon_1^p = -\frac{(1-\lambda)DM}{3\lambda} \frac{dp}{p} - a \frac{\sqrt{3}}{2} D(1-\lambda) \frac{dp}{p \{ \lambda - a \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\lambda}{M} \eta_0 \} + \ln \frac{p}{p_0}} \quad \dots (14), \quad d\epsilon_3^p = -\frac{(1-\lambda)DM}{3\lambda} \frac{dp}{p} + a \frac{\sqrt{3}}{2} D(1-\lambda) \frac{dp}{p \{ \lambda - a \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\lambda}{M} \eta_0 \} + \ln \frac{p}{p_0}} \quad \dots (15)$$

$$dv^p = -\frac{(1-\lambda)DM}{\lambda} \frac{dp}{p} \quad \dots (16)$$

となり、非排水状態における応力～ひずみ関係が、 p について積分することにより、

$$E_1^p = -\frac{(1-\lambda)DH}{3\lambda} \ln \frac{p}{p_0} - a\frac{\sqrt{3}}{2}D(1-\lambda) \ln \left(1 + \frac{\ln \frac{p}{p_0}}{\lambda - a\frac{\sqrt{3}}{2}H\eta_0}\right) \quad \dots (17)$$

$$E_3^p = -\frac{(1-\lambda)DH}{3\lambda} \ln \frac{p}{p_0} + a\frac{\sqrt{3}}{2}D(1-\lambda) \ln \left(1 + \frac{\ln \frac{p}{p_0}}{\lambda - a\frac{\sqrt{3}}{2}H\eta_0}\right) \quad \dots (18)$$

$$vP = -\frac{(1-\lambda)DH}{\lambda} \ln \frac{p}{p_0} \quad \dots (19)$$

と求まる。応力経路 ($p \sim \theta$) は、(13) 式により定められる (Fig. 2)。また、異方性は、初期応力比 η_0 によって表現され、等方圧密状態では、 $\eta_0 = 0$ である。

b). 排水条件

排水条件下では、土要素への作用荷重は、すべて有効応力増分となる。Fig. 3 に示される任意の角度 θ で表わされる載荷経路を考えると、応力比 $\frac{q}{p}$ は、

$$\frac{q}{p} = m + (\eta_0 - m) \frac{p_0}{p} \quad \dots (20) \quad m = \tan \theta \quad (101 < \frac{\pi}{2})$$

となる。(20) 式を (9), (10), (11) の各式に代入し、 p について積分すると、

$$E_1^p = \left(\frac{HD}{3} + a\frac{\sqrt{3}}{2}D\right) \ln \frac{p}{p_0} + a\frac{\sqrt{3}}{2}D(\eta_0 - m) \left(\frac{p_0}{p} - 1\right) + \frac{\frac{3}{2}mD}{H - a\frac{\sqrt{3}}{2}m} \ln \left| \frac{(H - a\frac{\sqrt{3}}{2}m)\frac{p_0}{p} - a\frac{\sqrt{3}}{2}(\eta_0 - m)}{(H - a\frac{\sqrt{3}}{2}\eta_0)} \right| \quad \dots (21)$$

$$E_3^p = \left(\frac{HD}{3} - a\frac{\sqrt{3}}{2}D\right) \ln \frac{p}{p_0} + a\frac{\sqrt{3}}{2}D(\eta_0 - m) \left(\frac{p_0}{p} - 1\right) - \frac{\frac{3}{2}mD}{H - a\frac{\sqrt{3}}{2}m} \ln \left| \frac{(H - a\frac{\sqrt{3}}{2}m)\frac{p_0}{p} - a\frac{\sqrt{3}}{2}(\eta_0 - m)}{(H - a\frac{\sqrt{3}}{2}\eta_0)} \right| \quad \dots (22)$$

$$vP = HD \ln \frac{p}{p_0} + a\frac{\sqrt{3}}{2}D(\eta_0 - m) \left(\frac{p_0}{p} - 1\right) \quad \dots (23)$$

と求まる。一方 $101 = \frac{\pi}{2}$ の時は、 $p = p_0$ (const.)

であるので、(9), (10), (11) の各式は、 θ について

積分され

$$E_1^p = a\frac{\sqrt{3}}{2}D \left(\frac{q}{p_0} - \eta_0\right) - a\frac{\sqrt{3}}{2}D \ln \left| \frac{M - a\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{q}{p_0}}{M - a\frac{\sqrt{3}}{2}\eta_0} \right| \quad \dots (24)$$

$$E_3^p = a\frac{\sqrt{3}}{2}D \left(\frac{q}{p_0} - \eta_0\right) + a\frac{\sqrt{3}}{2}D \ln \left| \frac{M - a\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{q}{p_0}}{M - a\frac{\sqrt{3}}{2}\eta_0} \right| \quad \dots (25)$$

$$vP = a\frac{\sqrt{3}}{2}D \left(\frac{q}{p_0} - \eta_0\right) \quad \dots (26)$$

と求まる。Fig. 4 には、非排水応力～ひずみ関係 (17), (18), (19) 式をも含め、

Fig. 3 における載荷経路のうち、 $\theta = \pm \frac{\pi}{4}$

の場合については、(21), (22), (23) 式を用い

$\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ の場合には、(24), (25), (26) 式を用

いて応力～ひずみ関係が示されている。各パラメータは、仮想的粘性土を想定し、 $\lambda = 0.8182$, $M = 1.4183$, $D = 0.053$ を用いている。また、異方性については、 $K_0 = 0.5$ より $\eta_0 = 0.75$ としている。但し、図中、圧縮側が正である。

4. おわりに

関口・太田によるモデルを用いて、平面ひずみ条件の下、非排水条件・排水条件におけるいくつかの応力～ひずみ関係を導いたが、必要パラメータは、 D, M, λ の 3 つである。これらのパラメータは互いに独立に定数ではなく、種々の土質定数を介して互いに従属的な関係を持っている。そのため、単にパラメータの操作だけでは、各土質定数の感度は分らない。今後、変形解析が十分に現場の予測となりうるためには、モデルから推定される強度と関連して、パラメータの同定方法を日頃から検討したい。参考文献 1) Sekiguchi & Ohta; Proc. Specialty Session 9, 9th. Conf. S.F.E. (1977) 2) Ohta & Sekiguchi; 3rd. Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics (1979) 3) 樫田; 土木防災年報 (1982) 4) 西原・太田 & 他; 第16回土工学研究会発表会 (1981)

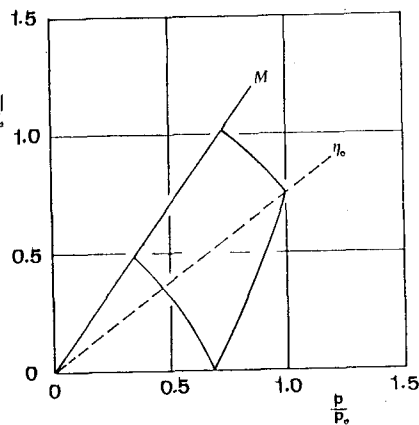


Fig. 2 非排水応力経路

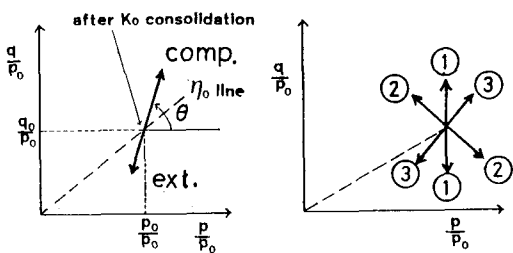


Fig. 3 載荷経路の定義

Fig. 載荷経路

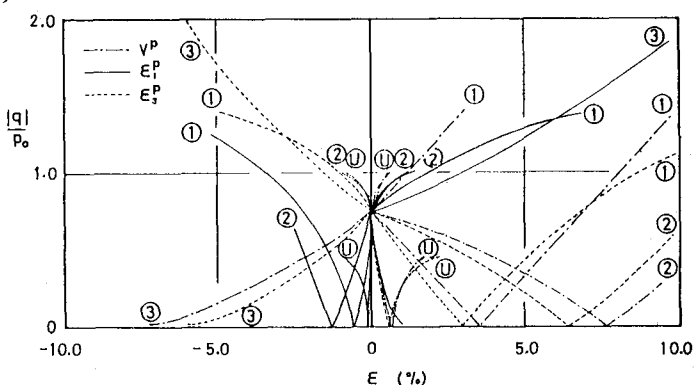


Fig. 4 各種応力～ひずみ関係