

京都大学 農学部
同正員 長谷川高士
正員 〇村上 章

1. はじめに

ダムなどのように、大規模な土或はコンクリート構造物に関する安全管理の側面からみれば、変位・漏水量は極めて重要な判断要因となる。種々のダム破壊事例に於ては殊に後者が、即ち破壊前の急激な漏水量増加が顕著であった。このような現象が一つの危険信号であるとしても、既に危険な状態に至りて異常を認識しては手遅れとなるであろうから、現時点挙動及び現時点以後の予測される挙動の両面を把握する必要がある。その方法として、有限要素法による非定常浸透流解析を掲げることができるが、貯水位のような水理境界が時々刻々変動する場合は困難を伴う。そこで他の方法として、Kalman フィルタによる予測を以下に示す。

2. 予測手法

Kalman フィルタは、Wiener の濾波器を発展させた逐次推定理論であり、河川水質・水文流出等或は他の多方面の分野で状態推定に用いられている。基礎式に物理モデルか非物理モデルを与えることで内容は異なり、ここでは物理的モデリングによらず、単に漏水の系を自己生成的システムと考える。一般には、(1) (2) 式が基礎式となり、被推定量がス、被観測量が $\hat{y}$ となる。両式は離散化の結果、(3)、(4)式となり、基礎式中の雑音項には(5)~(9)式の性質を与える。

物理的意味を与える場合は、状態生成式(1)が状態を規定するので、場を支配する微分方程式がなくてはなる。

$\hat{x}(k)$ とその最尤推定量 $\hat{x}(k)$ との誤差 $\varepsilon(k) = \hat{x}(k) - \hat{x}(k)$ の平均及び分散について、前者を0とし(不偏)、後者を最小とする(最小二乗)両条件から、 $\hat{x}(k)$ が(10)式として得られる。

ここでは、(3)式に相当する内部構造記述式として、(12)式をとる。この式に物理的意味がないのは先に述べたとうりである。これを書き改めて、(13)式を得るが、この式をフィルタ基礎式(4)に読み替え、推定対象を $\hat{x}(k)$ (係数列)とする。このとき、(3)式に相当するものとして、

$$\hat{x}(t) = A(t) \hat{x}(t) + G(t) \hat{y}(t) \quad (1)$$

$$\hat{y}(t) = H(t) \hat{x}(t) + \hat{\theta}(t) \quad (2)$$

$$\hat{x}(K+1) = A(K) \hat{x}(K) + G(K) \hat{y}(K) \quad (3)$$

$$\hat{y}(K) = H(K) \hat{x}(K) + \hat{\theta}(K) \quad (4)$$

$$E\hat{y}(K) = \bar{y}(K), \quad E\hat{\theta}(K) = \bar{\theta}(K) \quad (5)$$

$$E\{\hat{y}(K) - \bar{y}(K)\} \cdot \{\hat{y}(L) - \bar{y}(L)\}^T = \Gamma(K) \delta_{KL} \quad (6)$$

$$E\{\hat{\theta}(K) - \bar{\theta}(K)\} \cdot \{\hat{\theta}(L) - \bar{\theta}(L)\}^T = \Theta(K) \delta_{KL} \quad (7)$$

$$E\{\hat{y}(K) - \bar{y}(K)\} \cdot \{\hat{\theta}(L) - \bar{\theta}(L)\}^T = 0 \quad (8)$$

$$E\{\hat{y}(K) - \bar{y}(K)\} \cdot \{\hat{x}(L) - \bar{x}(L)\}^T = 0 \quad (9)$$

$$\hat{x}(K) = \hat{x}(K) + P(K) H(K)^T \Theta(K)^{-1} \{\hat{y}(K) - (H(K) \hat{x}(K) + \bar{\theta}(K))\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}(K) &= A(K-1) \hat{x}(K-1) + G(K-1) \hat{y}(K-1) \\ P(K) &= (M(K)^{-1} + H(K)^T \Theta(K)^{-1} H(K))^{-1} \\ M(K) &= A(K-1) P(K-1) A(K-1)^T + G(K-1) \Gamma(K-1) G(K-1)^T \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\hat{x}(K+1) = \phi^{(1)} \hat{x}(K) + \phi^{(2)} \hat{x}(K-1) + \dots + \phi^{(j)} \hat{x}(K-j+1) + \psi \hat{u}(K) + \hat{y}(K) \quad (12)$$

$$\text{ここに、} \hat{x}(K+1) = [\hat{x}_{1,K+1}, \hat{x}_{2,K+1}, \dots, \hat{x}_{m,K+1}]^T \quad m: \text{測定箇所数}$$

$$\phi^{(j)} = \begin{bmatrix} \alpha_{1j} & \beta_{1j} & \dots & \mu_{1j} \\ \alpha_{2j} & \beta_{2j} & \dots & \mu_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{mj} & \beta_{mj} & \dots & \mu_{mj} \end{bmatrix} \quad \psi = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mj} \end{bmatrix}$$

(mxm) (mxj)

$$\hat{x}(K+1) = M(K) \hat{h}(K) + \hat{y}(K) \quad (13)$$

ここに、

$$M(K) = \begin{bmatrix} y \\ y \\ \vdots \\ y \end{bmatrix} \quad m \times (mxmxj + mxj)$$

$$\hat{y} = [\hat{y}_{1,K}, \dots, \hat{y}_{m,K}, \hat{y}_{1,K-1}, \dots, \hat{y}_{m,K-1}, \dots, \hat{y}_{1,K-j+1}, \hat{y}_{2,K-j+1}, \dots, \hat{y}_{m,K-j+1}]^T \quad (mxj+j)$$

$$\hat{y}(K) = [\hat{y}_{1,K}, \hat{y}_{2,K}, \dots, \hat{y}_{m,K}]^T$$

(14)式を与えて、(10)、(11)式のア
ルゴリズムに基づいて解くところとなる。
従って、フルタリングは漏水量・貯水
量のデータを要し、その過程は係数列
の決定である。この係数列を用いて、
以後の予測は(12)式により行われる。
概念図を図-1に示す。

$$\underline{h}(K) = \begin{bmatrix} \alpha_{11}, \dots, \mu_{11}, \alpha_{12}, \dots, \mu_{12}, \dots, \alpha_{1j}, \dots, \mu_{1j}, a_{11}, \dots, a_{1j}, \\ \alpha_{21}, \dots, \mu_{21}, \alpha_{22}, \dots, \mu_{22}, \dots, \alpha_{2j}, \dots, \mu_{2j}, a_{21}, \dots, a_{2j}, \\ \dots\dots\dots \\ \alpha_{m1}, \dots, \mu_{m1}, \alpha_{m2}, \dots, \mu_{m2}, \dots, \alpha_{mj}, \dots, \mu_{mj}, a_{m1}, \dots, a_{mj} \end{bmatrix}^T$$

(mxmxj+mxj)

$$\underline{h}(K+1) = \underline{h}(K) + \underline{w}(K) \quad (14)$$

$$\underline{x}(k+1) = \underline{L} \underline{x}(k) + \underline{u}(k) \begin{Bmatrix} \alpha_{11} \\ \vdots \\ \alpha_{11} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

3. 解析結果

実際に貯水データの蓄積があるダム的事例に対して本法を適用し、解析を行った。図-2は貯水位及び漏水量の経時変化であり、一日一回の計測データが計322日分存在する。このデータに対して、フルタリング充当期間を50日、70日、80日、100日と4種類与え、それぞれ以後データが一日ずつはじめて知れるものとして、一日先の予測を行った。尚、(12)式の次数も1としたので、(15)式のように極めて簡単な型として計算した。星印が観測値、実線が計算値であるが、当初の比較的短い期間でフルタリングを行い、(15)式中の係数列も決定すると、以後同式に基づく一日先予測は或る程度可能と考えられる。これは貯水位と漏水量との一義的対応の所産と考えられ、その対応があれば漏水量以外の状態量に対しても同じ方法が可能であると思われる。また、実効計算時間は京大大型計算機センター(FACOM-M382)で2秒弱であり、必ずしも大型計算機に因る必要もない。

最後に、本報告をまとめる際、京都大学防災研究所 角屋 睦教授に有益な御助言をいただいたことに対し、深甚なる感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 有本 卓: カルマン・フィルター, 産業図書, 1976
- 2) 日野幹雄・森 義一・吉川信二郎: カルマン・フィルターによる大気汚染の予測, 土木学会論文報告書, No. 224, pp. 79-90, 1974
- 3) 長谷川・村上: 最適同定モデルによるダムの変形量子測, 農業土木学会京都支部講演概要集, 1982

