III-77　無限要素を用いた新しい掘削解析法について

鹿島建設　電算センター　正　吉田　英信
鹿島建設　電算センター　　阪東　浩造
鹿島建設　電算センター　　奥村　聡

1．はじめに　　トンネル等を地盤内に施工する時には、空洞周辺の応力分布や変位を予測する為に、しばしばFEMによる数値解析が行なわれる。掘削解析には、①地盤が一般に非均質であること②材料の歪ー応力関係は非線形であること③施工順序を忠実に模擬する必要があること、等の特徴がある。FEMでは、これらの特性を持つ問題の解析が比較的簡単であり、掘削解析の数値解析手法として広く採用されている。

この反面、トンネルが施工される地盤は一般に無限あるいは半無限と考える方が合理的であるが、FEMではこのような無限領域の取扱いが難しい。この難点を解決する為に、一般には簡便という理由で境界の影響が空洞周辺に現われない程度遠くに外側の境界を設定し、有限領域問題として解析する方法が採られる。しかしこの方法は、情報を得たい領域の数倍も解析領域を必要とし不経済であると同時に、時にはその解析精度も問題となる。他に境界積分による方法もあるが、この方法で複雑な物性や形状を取扱うのは、FEMによる程容易ではない。

そこで、本論文では無限要素を用いた解析手法を紹介し、その有効性を示すこととする。無限要素を地盤内の問題の解析に用いた報告は数例なされているが、本論文では最近Zienkiewicz 等によって提案された無限要素を用いている。この要素の特徴は、正規化要素への簡単な写像関数を用いていることと、特別な数値積分法を必要としないことである。

2．無限要素　　無限要素はBettess 等によって提案されて以来、開発改善が進められ、無限領域で記述された問題を解析する有効な方法の1つとなってきている。無限要素は大きさが無限で内挿関数に減衰項を含んでいるが、減衰関数としては指数型減衰や逆数型減衰が問題の性質に応じて採用される。トンネル掘削のように無限地盤内の円孔に力が作用する場合は一般に、地盤内変位は円孔からの距離に反比例して減衰することが知られている。本論文で用いている無限要素は逆数型の減衰項を含んでいるので、この種の問題には好都合である。以下に、この要素について簡単に説明する。図1(a)のような無限要素を考える。この無限要素は、式(1)(2)によって図1(b)で表わされる正規化された要素に写像される。

$x = N_1(\xi)x_1 + x_2(\xi)x_2$　　(1)

$N_1 = -2\xi/(1-\xi)$　$N_2 = (1+\xi)/(1-\xi)$　　(2)

ここに、無限遠での節点は$\xi = +1$に、x_2・x_1はそれぞれ$\xi = 0, -1$に対応する。式(1)は、x_1をx_2とx_0の中点にとれば、次のようにも表わされる。

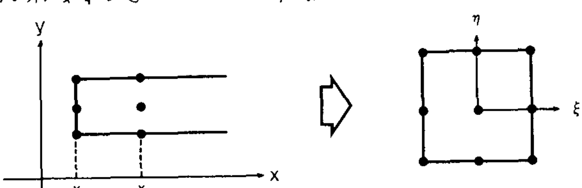

図1　無限要素から正規化要素への写像

$$\xi = 1 - A/r \qquad (3)$$

$$A = 2(x_1 - x_0)\ , \qquad r = x - x_0 \qquad (4)$$

ここに、rは減衰の極x_0からの距離である。以上の方法により、無限要素は正規化された要素に写像されたので、内挿関数としては普通の有限要素と同じ関係を用いる。この結果、式(3)を考慮すれば、無限要素内で未知数は式(5)のように概ね$1/r$に比例して変動する。

$$u = \alpha_0 + \alpha_1/r + \alpha_2/r^2 + \cdots\cdots \qquad (5)$$

このように、無限要素を正規化された要素に写像し普通の有限要素と同様の内挿関数を用いているので、既存のFEMプログラムに組み込むことは簡単で、数値積分もGauss-Legendre 法によって実行できる。

3．計算結果　　i)地盤内の円孔に等しい内圧が作用する問題

無限地盤内の無限に長い円筒に等圧が作用した時の円筒面での変位を、普通のFEM及び無限要素を含むFEMで解析し、解析解と比較することによって、本手法の有効性を検討した。この問題では、半径方向変位は厳密に $1/r$ で減衰する。図2は、無限要素による解析で用いた要素分割図であり、無限要素は有限要素に接続して設定されている。一方、従来のFEMによる解析では、外側境界の位置を種々に変えて計算した。

図3は、両手法による結果を、解析解に対する相対誤差で図示したものである。無限要素を用いた結果の誤差は、無限要素を円筒の極めて近傍に設定しても1%未満となった。一方、従来のFEMでは、外側境界を円筒半径の15倍の位置に設定しても2~3%の誤差が存在している。表1は、この時の計算時間を比較したものである。このように、無限要素を用いた新しい手法の精度面と経済性に於ける有効性が明らかとなった。

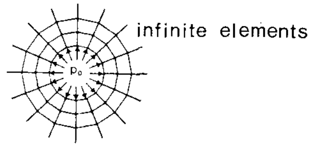

図2　無限要素を用いた時の要素分割

表1　本手法と従来のFEMの計算時間の比較

手法	無限要素	従来の有限要素法			
境界位置 (r=)	2.0	4.0	15.0	60.0	500.0
節点数	64	64	96	128	176
要素数	48	48	80	112	160
誤差 (%)	0.5	13.3	3.1	2.3	2.3
cpu time (秒)	0.41	0.39	0.57	0.76	1.05

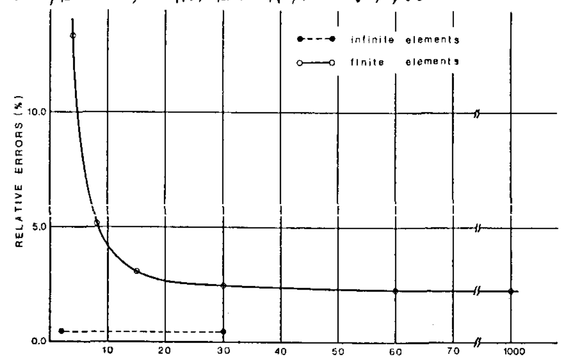

図3　外側境界の位置による相対誤差

ii)水平地表面を持つ地盤内に円形トンネルが掘削される問題　無限要素及び従来のFEMによる解析で用いた要素分割図を図4に示す。両手法によって計算されたトンネル頂部及び底部の直応力の誤差と計算時間を表2に示した。表2から、無限要素を用いた解析は、地表面を持つトンネル掘削問題に於ても、解析領域が小さいにもかかわらず精度の良い結果を与えることがわかる。更に計算時間も従来のFEMに比し大幅に短くなっている。

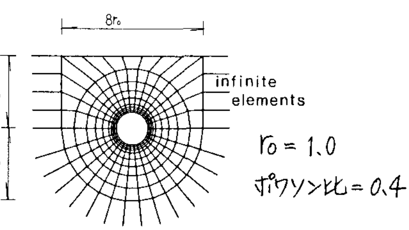

図4（a）無限要素を用いた時の要素分割

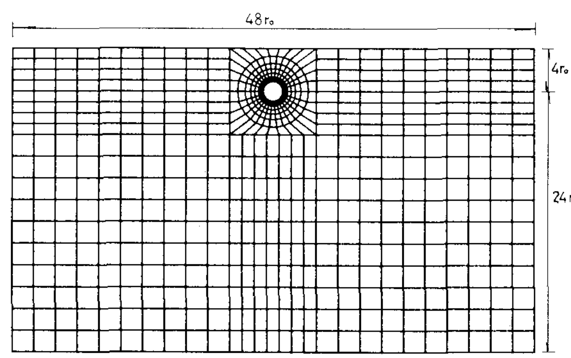

図4（b）　有限要素を用いた時の要素分割

表2　両手法の相対誤差及び計算時間

	頂部応力 (%)	底部応力 (%)	cpu-time (秒)
無限要素（図4a）	1.5	3.8	5.8
有限要素（図4b）	5.6	7.2	20.6

4. 結論

①無限要素を用いた本解析手法は、既存のFEM掘削プログラムに組み込むことが簡単である。

②本解析手法では、解析領域を小さくすることが可能であり、更に精度及び経済性に於て従来のFEMより優れている。

5. 謝辞

本論文で用いている無限要素は、著者の一人がUniv. College of Swanseaに於てBettess博士の指導の下で研究を行ったものであり、その幅広い指導に対して感謝致します。