

1. まえがき

地震国である我が国での震害防止の必要性から、地下施設の信頼性向上が問題視されてきている。本文は、この信頼性確保のための一環として、小断面レジンモルタルトンネル内に布設された管路の地震時の安全性検討を主眼におき、トンネル・管路相互間摩擦抵抗が大である場合における地震応答解析を行い、トンネルおよび管路の両端固定点付近の地震時発生変位、応力に対する基礎的な問題例の考察を中心に、一資料をまとめたものである。

2. 基礎方程式の仮定と条件

図1のように、レジンモルタルトンネルが小断面であり、管路とトンネルとの摩擦抵抗が大である場合の力学モデルについて次の仮定を設ける。〔I〕、小断面トンネル・管路相互間摩擦抵抗が大で、地震挙動がトンネル、管路ともに応答変位法で把握可能であるものと仮定する。〔II〕、小断面トンネル・管路の地震動による発生ひずみは、いずれも軸方向のものが優勢であり、断げ方向のものは、通常小となるものと仮定できる。これより、トンネルおよび管路の地震挙動は、いずれも同形式の変位に関する基礎方程式で、式(1)のように表示することができる。

$$\frac{\partial A_i}{\partial x} \frac{\partial^2 u_i(t, x)}{\partial t^2} - E_i A_i \frac{\partial^2 u_i(t, x)}{\partial x^2} + K_i u_i(t, x) = K_i u_i(t, x) \quad (1)$$

式(1)の基礎方程式をもとに、代表的な地震応答例に対し、式(2)~(4)で示す入力条件、境界条件、初期条件、を設定する。

1). 入力条件

$$u_{mi}(t, x) = |u_m|_i \sin 2\pi \left(\frac{t}{T_s} \pm \frac{x}{L_s} \right) \quad (2)$$

2). 境界条件

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ で } u_i(t, 0) &= 0 \\ x=L \text{ で } u_i(t, L) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

3). 初期条件

$$\left. \begin{aligned} t=0 \text{ で } u_i(0, x) &= 0 \\ t=0 \text{ で } \frac{\partial u_i(0, x)}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

表層地盤内のトンネルと引込管路

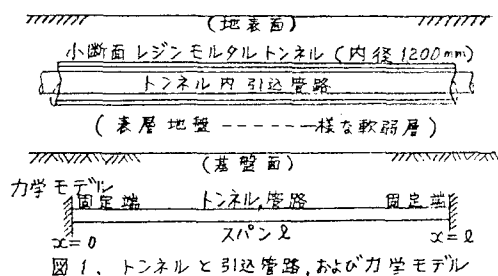


図1. トンネルと引込管路、および力学モデル

ここに、添字 i は、 $i=T$ でトンネル、 $i=P$ で管路を表示する。また、 t は時刻、 x はトンネル、管路の軸方向座標、 $u_i(t, x)$ は地震動によって生ずるトンネル、管路での変位、 $u_{mi}(t, x)$ 、 $|u_m|_i$ は、入力条件での地震動の変位、振幅、 ∂_i 、 A_i 、 E_i 、 K_i はトンネル、管路の、単位体積重量、断面積、ヤング係数、摩擦抵抗係数、 g は重力加速度、 T_s 、 L_s は表層地盤の地震動の、周期、波長、 L はトンネル長、を表わす。

3. 地震時発生変位の解析例

式(1)の変位に関する基礎方程式について、式(2)~(4)で仮定する諸条件を導入し、ラプラス変換を用い、トンネル、管路に生ずる変位を算定すると、同形式(5)が得られる。ここに、式(5)中の ψ_i は式(6)で表わされ、 φ_i は式(7)に示す。

$$u_i(t, x) = \frac{|u_m|_i}{1 + \left(\frac{2\pi}{\lambda_i L_i} \right)^2 \left(1 - \frac{C_s^2}{C_i^2} \right)} \left[\sin 2\pi \left(\frac{t}{T_s} \pm \frac{x}{L_s} \right) - \psi_i(t, x) \right] \quad (5)$$

$$\psi_i(t, x) = \sin 2\pi \left(\frac{t}{T_s} \pm \frac{x}{L_s} \right) \frac{\rho R_i g_i x}{\rho R_i g_i L} + \sin \frac{2\pi t}{T_s} \frac{\rho R_i g_i (L-x)}{\rho R_i g_i L} \quad (6)$$

$$\varphi_i = \sqrt{\frac{K_i}{E_i A_i} + \frac{4\pi^2}{L_i^2}} \quad (7)$$

また、 C_s はトンネル周辺地盤(表層)のせん断波伝播速度、 C_i 、 λ_i 、 L_i はトンネル、管路の、波動伝播速度、剛比、波長、を表わし、それぞれ、以下のような諸式で表示される。

$$L_s = C_s T_s \quad (8), \quad C_i = \sqrt{\frac{E_i A_i}{\rho_i}} \quad (10)$$

$$L_i = C_i T_s \quad (9), \quad \lambda_i = \sqrt{\frac{K_i}{E_i A_i}} \quad (11)$$

式(5)を、変位振幅と単弦波動とに分離し、式(12)で表わす。ここで、式(12)中の $\psi_{si}(x)$, $\bar{\psi}_{si}^2(x)$, θ_{ui} を、式(13)~(15)に示す。

この式(12)右辺の $\sqrt{U_0(x)}$ は、トンネル中点で、式(16)のようにになる。

$$u_i(t, x) = \frac{|u_m|_i}{1 + \left(\frac{2\pi}{\lambda_i L_s}\right)^2 \left(1 - \frac{C_s^2}{C_i^2}\right)} \sqrt{1 - 2\psi_{si} + \bar{\psi}_{si}^2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T_s} \pm \theta_{ui}\right) \quad (12)$$

$$\sqrt{U_0\left(\frac{l}{2}\right)} = \sqrt{1 - 2\psi_{si}\left(\frac{l}{2}\right) + \bar{\psi}_{si}^2\left(\frac{l}{2}\right)} = 1 - \frac{\cos\frac{\pi}{L_s} l}{ch\frac{\pi}{L_s} l} \doteq 1 \quad (16)$$

これより、500 m トンネルを例にとつて、図2で示す
と、応答変位法適用時の発生変位の傾向が把握できる。

$$\psi_{si}(x) = \frac{\partial h g_i x}{\partial h g_i l} \cos\frac{2\pi}{L_s}(l-x) + \frac{\partial h g_i(l-x)}{\partial h g_i l} \cos\frac{2\pi}{L_s} x \quad (13)$$

$$\bar{\psi}_{si}^2(x) = \frac{\partial h^2 g_i x + \partial h^2 g_i(l-x) + 2\partial h g_i x \partial h g_i(l-x) \cos\frac{2\pi}{L_s} l}{\partial h^2 g_i l} \quad (14)$$

$$\theta_{ui} = \sin^{-1} \frac{\sin\frac{2\pi x}{L_s} - \frac{\partial h g_i x}{\partial h g_i l} \cdot \sin\frac{2\pi l}{L_s}}{\sqrt{1 - 2\psi_{si} + \bar{\psi}_{si}^2}} \quad (15)$$

4. 地震時発生応力の解析例

地震時に、トンネル、管路に発生する応力 $\sigma_i(t, x)$ は、前章で求めた発生変位を用い、式(17)で算出される。これより、式(13)~(15)に対応する式(19)~(21)の $\psi_{ci}(x)$, $\bar{\psi}_{ci}^2(x)$, θ_{ci} を適用し、式(18)の応力波動が定まる。

式(18)の発生応力は、式(17)より直ちにわかるごとく、変位の微分係数に比例するものであつて、図2中の変位振幅の傾斜角がもつとも大である両端の固定端の応力振幅が最大となる。この固定点に生ずる最大応力振幅 $|\sigma_{max}|_i$ は、式(22)のように表わされ、これをトンネル、管路別に例示すると、図3, 4が得られ、応力特性が把握できる。

$$\sigma_i(t, x) = E_i \cdot \frac{\partial u_i(t, x)}{\partial x} \quad (17)$$

$$\sigma_i(t, x) = \frac{E_i |u_m|_i}{1 + \left(\frac{2\pi}{\lambda_i L_s}\right)^2 \left(1 - \frac{C_s^2}{C_i^2}\right)} \sqrt{\left(\frac{2\pi}{L_s}\right)^2 - 2\left(\frac{2\pi}{L_s}\right)^2 \psi_{ci} + \bar{\psi}_{ci}^2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T_s} \pm \theta_{ci}\right) \quad (18)$$

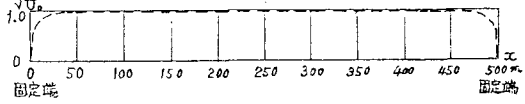
$$\psi_{ci}(x) = \frac{ch g_i x}{\partial h g_i l} \sin\frac{2\pi}{L_s}(l-x) + \frac{ch g_i(l-x)}{\partial h g_i l} \sin\frac{2\pi}{L_s} x \quad (19)$$

$$\bar{\psi}_{ci}^2(x) = \frac{ch^2 g_i x + ch^2 g_i(l-x) + 2ch g_i x ch g_i(l-x) \cos\frac{2\pi}{L_s} l}{\partial h^2 g_i l} \quad (20)$$

$$\theta_{ci} = \sin^{-1} \frac{\frac{2\pi}{L_s} \cos\frac{2\pi x}{L_s} - g_i \cdot \frac{ch g_i x}{\partial h g_i l} \cdot \sin\frac{2\pi l}{L_s}}{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{L_s}\right)^2 - 2\left(\frac{2\pi}{L_s}\right)^2 \psi_{ci} + \bar{\psi}_{ci}^2}} \quad (21)$$

$$|\sigma_{max}|_i = \frac{E_i |u_m|_i}{1 + \left(\frac{2\pi}{\lambda_i L_s}\right)^2 \left(1 - \frac{C_s^2}{C_i^2}\right)} \sqrt{\left(\frac{2\pi}{L_s}\right)^2 - 2\left(\frac{2\pi}{L_s}\right)^2 \psi_{ci} + \bar{\psi}_{ci}^2} \quad (22)$$

500 m トンネル内引込管路の例



同上例の固定端付近における詳細図

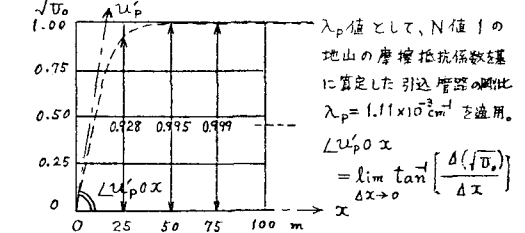


図2、応答変位法適用対象例(トンネル内管路の例)

条件: $\lambda_T = 2.45 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ ($N=1$), 条件: λ_p (同上, $N=1$ を採用)
 $E_T = 1.0 \times 10^5 \text{ Kg/cm}^2$, $E_p = 2.7 \times 10^4 \text{ Kg/cm}^2$
 $\frac{L_s}{L_T} \cdot \frac{2\pi}{L_T} \cdot \frac{C_s}{C_T} \doteq 0$, $\frac{L_s}{L_p} \cdot \frac{2\pi}{L_p} \cdot \frac{C_s}{C_p} \doteq 0$

$$|\sigma_{max}|_T \cot R(\lambda_T l) \doteq 1, |\sigma_{max}|_p \cot R(\lambda_p l) \doteq 1$$

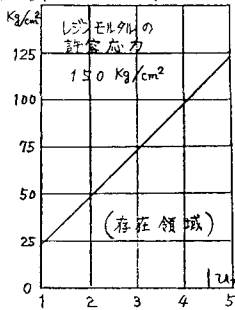


図3、 $|\sigma_{max}|_T \sim |u_m|_T$

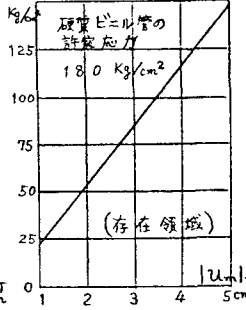


図4、 $|\sigma_{max}|_p \sim |u_m|_p$

5. おまへ

トンネルおよび管路ともに、固定端付近には、慣性力により、図2で示す著しい変位の急変があることが確かめられた。また固定点には諸条件により、式(22)で算出できる最大応力値が存在し、1)、トンネルでの例: 図3の条件中の最大点、 $|\sigma_{max}|_T = 123 \text{ Kg/cm}^2$ (許容応力 150 Kg/cm^2)、2)、引込管路での例: 図4の条件中の最大点、 $|\sigma_{max}|_p = 149 \text{ Kg/cm}^2$ (許容応力 180 Kg/cm^2)、となった。今後は、全般的問題例とし、曲げ方向の影響を考慮した発生応力の厳密解析を目標に研究を進める予定である。