

埼玉大学 大学院 学員 ○前波 幸郎
 埼玉大学 工学部 正員 小田 匠寛
 埼玉大学 大学院 学員 鈴木 健一郎

1. はじめに

岩盤の力学的挙動の解析は、節理・断層などの不連続性を考慮して行なわなければならない。しかし実際の岩盤の不連続面、特にその幾何学性は極めて複雑であり、力学的挙動に及ぼす影響を具体的に評価することは至難なこととされている。小田らはすでに複雑な不連続面の幾何学性をクラック・テンソルで単純化できることを示した。この研究はクラック・テンソルが不連続面のなす幾何学性を適切に表現しているか否かを検討する目的で石膏供試体によるモデル実験を行なった。特に不連続性材料の弾性コンプライアンスがクラック・テンソルとどのような関係にあるかを実験的に明らかにしようとしている。なお実験の詳細は文献(1)に詳しいのでここでは省略する。

2. クラック・テンソルと不連続性材料の弾性コンプライアンス

小田によると不連続面（クラックと呼ぶ）のなす幾何学性は、クラックの体積密度 ρ 、クラックの大きさと方向の確率密度関数 $E(\eta, r)$ によって定義される次のクラック・テンソルによって表わせるとした。

$$F_{ij} = \frac{1}{4} \pi \rho \int_0^\infty \int r^3 n_i n_j E(\eta, r) d\Omega dr \quad (1)$$

ただし r はクラックを円で近似した時の直徑で、 n_i はクラックの法線方向に立てた単位ベクトル η の座標軸への成分である。 F_{ij} は無次元の二階対称テンソルであり、座標変換に不变な量として次の諸量が定義できる。

(1) I^c : F_{ij} の第一不变量で平均的なクラック密度を表わすことが知られている。(2) Γ : F_{ij} の偏差テンソルの第二不变量から計算される量で、等方性軸からの“ずれ”を量的に表わしている。(3) α : クラック・テンソルの主軸と応力テンソルの主軸とのなす角であり、材料の異方性を記述する上で重要である。

クラックを含む材料の全弾性歪 ϵ_{ij} は、クラックを含まないマトリックスの部分の弾性歪 $\epsilon_{ij}^{(m)}$ と、クラックの存在による所の附加的な弾性歪 $\epsilon_{ij}^{(c)}$ に分けて考えられる。今、二次元供試体の平面応力状態を考え、載荷中クラックは閉塞しない、クラック相互の弾性干渉は無視する、などの単純化を行なうと次式を得る。（文献(2)）

$$\epsilon_{ij} = \left[\frac{1+\nu}{E} \delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{\nu}{E} \delta_{kl} \delta_{ij} + C_{ijkl}^{(c)} \right] \sigma_{kl} \quad (2)$$

ただし E 、 ν はそれでホクラックを含まないマトリックスのヤング率とポアソン比である。 $C_{ijkl}^{(c)}$ はクラックの存在による補正項で、(1)式のクラック・テンソルを用いて次式で表わせる。

$$C_{ijkl}^{(c)} = \frac{1}{4D} (\delta_{il} F_{jk} + \delta_{jl} F_{ik} + \delta_{ik} F_{jl} + \delta_{kl} F_{ij}) \quad (3)$$

D はクラックの形状に依存していて、たとえば偏平な楕円クラックを考えれば、 $D = \frac{2E}{\pi}$ となる。

一軸圧縮試験で、圧縮方向に x_1 軸、それと直交する方向に x_2 軸を選ぶと、 σ_{11} 以外の応力成分は零となる。軸方向の応力 σ_{11} をそれに伴われて発生する軸方向の歪 ϵ_{11} で割、た値を E' とする。(2)、(3)式を一軸圧縮に適用すると、 E' は次式で書ける。

$$\frac{E'}{E} = \frac{1}{1 + (\pi/2) F_{11}} \quad (4)$$

また、(2)、(3)式から明らかなように、弾性コンプライアンスは四階のテンソルとなるが、その主軸はクラック・テンソルの主軸と完全に一致している。

3. 実験結果及び考察

実験は従来から用いている二次元のクラックを挿入した石膏供試体を用いた一軸圧縮試験である。(文献(2)) (2), (3)式から誘導される(4)式の妥当性と、弾性コンプライアンスとクラック・テンソルの主軸の関係について主に検討してみよう。

図-1は、 $E'/E \sim F_{II}$ の関係の実験結果と共に、(4)式を実線で示している。ただし、 E はクラックを含まない石膏自体のヤング率であり、 $4.00 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$ である。実験には、クラックをランダムに挿入した等方性の高い供試体や、一方向だけにクラック方向を固定した異方性の高い供試体まで含んでいる。このように種々な供試体を含むにもかかわらず、 E'/E は F_{II} の増加に従い小さくなっている。そこで、(4)式の示唆する傾向と定性的ながら一致しているとみなせる。

次に、弾性コンプライアンスの主軸とクラック・テンソルの主軸の一致を検討するために、円板状の供試体を特に作り、その8方向の弾性波速度 V_p' を測定した。図-2に示す結果は、クラック・テンソルの観点から等方性とみなせるものであり、一方、図-3の結果は、 X_1, X_2 軸方向にクラック・テンソルの主軸を持つ異方性の高い供試体のものである。(ただし弾性波速度はいずれもクラックを含まない供試体の速度によつて無次元化されている)。図-2によると V_p' は方向によらずほぼ一定の速度を示すが、この事実は等方的なクラック・テンソルを持つ供試体であることを考えると当然の結果であろう。図-3は、 X_1, X_2 軸に V_p' の極大・極小が一致している。これらの結果から、弾性波速度と深い係わりを持つ材料の弾性コンプライアンスの主軸がクラック・テンソルの主軸に一致する可能性の高いことを示唆している。

二次元の異方弾性体の弾性コンプライアンスは、6個の独立な成分からなる。6個の未知数を3本の異方性石膏供試体を一軸圧縮試験することによつて実験的に求めた。その結果は、

$$\begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.64 \times 10^{-5} & -5.33 \times 10^{-6} & -1.21 \times 10^{-6} \\ -5.33 \times 10^{-6} & 2.03 \times 10^{-5} & 1.45 \times 10^{-6} \\ -1.21 \times 10^{-6} & 1.45 \times 10^{-6} & 1.46 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O_{11} \\ O_{22} \\ 2O_{12} \end{bmatrix} \quad (5)$$

と書ける。ただし、 X_1, X_2 軸はクラック・テンソルの主軸に選んでいる。今クラック・テンソルの主軸にθ傾く方向から一軸的圧縮した場合の与えられた一軸応力を、得られる軸歪で割った値を E' とする。図-4は、(5)式を座標変換することから計算できる E' の結果を示している。 E' は供試体の異方性を反映して方向により変化するが、 X_1, X_2 軸の方向で極大・極小に近い値をとる。この結果は、弾性コンプライアンスの主軸とクラック・テンソルの主軸が一致するということを強く示唆していると考えられる。

参考文献

- (1) 鈴木・小田(1983)：“クラック・テンソルによる不連続性材料の力学的性質”，第15回岩盤力学に関するシンポジウム(土木学会)。
- (2) Oda(1983)：“A method for evaluating the effect of crack geometry on the mechanical behavior of cracked rock masses, Mechanics of Materials.

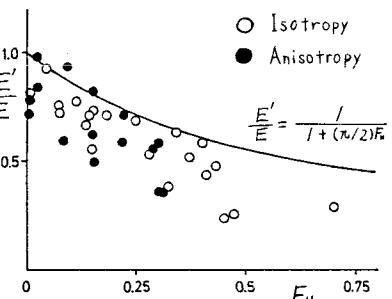


図-1

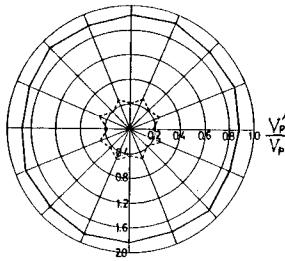


図-2

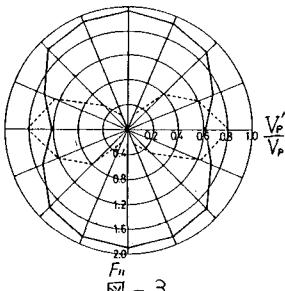


図-3

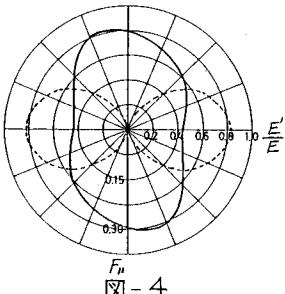


図-4