

東北大学 ○平井弘義
 柳沢栄司
 高橋陽一

1. 緒言

砂の一般応力状態における構成式に関して弾塑性理論に基づく理論・実験的研究が多数なされてきている。このような弾塑性理論に立脚する構成式は三軸圧縮・伸張試験における単調載荷に対して砂の力学挙動をかなり適切に表現しているが、主応力がすべて異なる一般の応力状態に対する構成式の理論的研究は数少ないと思われる。

本研究においては三軸圧縮・伸張試験における単調載荷時の関連流動則及び非関連流動則に基づく砂の構成モデルを提案し、実験によりその妥当性を検討する。さらにこれと一般的な応力状態に拡張することを考える。

2. 砂の構成モデル_{(1), (2)}

従来の研究成果を踏まえて本研究では図1に

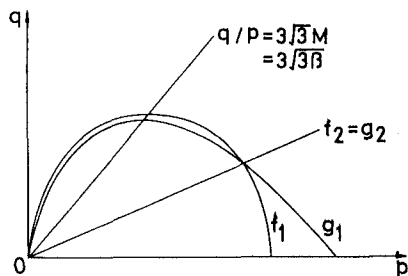


図1. 降伏関数と塑性ポテンシャル

示される f_1 と f_2 を降伏曲面として定義し、それらは次式によって与えられるものとする。

$$f_1 = J_2 + \beta I_1^2 + \alpha_1 I_1 = 0 \quad (1)$$

$$f_2 = \sqrt{J_2} + \alpha_2 I_1 + \alpha_3 = 0 \quad (2)$$

ここに J_2 は偏差応力の2次不変量、 I_1 は応力の1次不変量、 β と α は μ 値に依存する材料定数、 α_2 と α_3 は硬化パラメータである。関連流動則では降伏関数と塑性ポテンシャルは一致することになるが、非関連流動則の場合、次のような塑性ポテンシャルを仮定する。

$$g_1 = \sqrt{J_2} / I_1 - M \ln |I_1 / I_0| = 0 \quad (3)$$

ここに M は μ 値に依存する材料定数、 I_0 は定数である。式(1)の中 α_1 については次式を仮定する。³⁾

$$\alpha_1 = \alpha_1' T_{ij} \dot{E}_{ij}^{(p)} / 3 + \alpha_2 T_{ij} \dot{E}_{ij}^{(p)} \quad (4)$$

ここに $\dot{\gamma}$ は $\dot{\gamma}$ の速度、 α_1 と α_2 は材料定数、 T_{ij} は応力、 $\dot{E}_{ij}^{(p)}$ は塑性ひずみ速度である。Prager⁴⁾ による応力-ひずみ関係の導き方に倣って、Koiter⁵⁾ の構成式を修正すると次のような非関連流動則とる。

$$\dot{E}_{ij}^{(p)} = \sum_{p=1}^2 C_p h_p \frac{\partial g_p}{\partial T_{ij}} \frac{\partial f_p}{\partial T_{kl}} \dot{T}_{kl} \quad (5)$$

ここに

$$h_p = -1 / \left(\frac{\partial f_p}{\partial T_{ij}} \cdot \frac{\partial f_p}{\partial E_{mn}} \cdot \frac{\partial g_p}{\partial T_{mn}} \right) \quad (6)$$

$$f_p < 0 \text{ あるいは } \frac{\partial f_p}{\partial T_{ij}} \cdot \dot{T}_{ij} < 0 \text{ ならば } C_p = 0 \quad (7)$$

$$f_p = 0 \text{ 及び } \frac{\partial f_p}{\partial T_{ij}} \cdot \dot{T}_{ij} > 0 \text{ ならば } C_p = 1$$

さらに本研究においては次の条件を付加する。

$$f_1 = 0 \text{ 及び } \frac{\partial f_1}{\partial T_{ij}} \cdot \dot{T}_{ij} > 0 \text{ ならば } h_2 = 0 \quad (8)$$

3. 三軸圧縮・伸張試験による材料定数の決定と構成モデルの一般化

実験において豊浦標準砂を用い、比重 $G_s = 2.65$ 、 $e_{max} = 0.99$ 、 $e_{min} = 0.61$ であった。実験結果によりせん断弾性係数 $G = 9.58 \times 10^4 \text{ kPa}$ 、体積弾性係数 ($\nu = \xi \beta / \rho$) $\xi = 6.34 \times 10^{-4}$ とする。図2は三軸圧縮試験(主応力 $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ 、主ひずみ $e_1 > e_2 = e_3$)における応力経路 A~G に対する体積塑性ひずみ V^p と偏差塑性ひずみ d^p の増分比と軸差応力 σ と平均主応力 p の比の関係を示している。図2より材料定数 M と β は次のようになる。

$$M_c = 0.228, \quad \beta_c = 0.052 \quad (9)$$

図2の曲線 I と II は塑性ポテンシャルとして式(1)と(3)をそれぞれ用いたものである。図3は三軸伸張試験における応力経路 A~F に対する塑性ひずみ増分比と応力比の関係を表わしており、この場合次式とる。

$$M_e = 0.192, \quad \beta_e = 0.037 \quad (10)$$

いま非関連流動則式(5)を用いると偏差塑性ひず

み速度は次のように書ける。

$$\dot{\alpha}^p/\dot{\gamma} = 2\dot{\gamma}/\{9\sqrt{3}\rho\{3M+(n-1)8\sqrt{3}\}\} \quad (11)$$

ここに $\dot{\gamma} = \dot{\epsilon}/\rho$, $n = \phi_2/\phi_1$ である。式(11)を図4と5に示される結果に適用すると材料定数 n と ϕ_1 は次のようになる。

$$\text{圧縮では } n_c = 0.25, \phi_{1c} = 86.9, \text{ 伸張では } n_e = 0.05, \phi_{1e} = 64.4 \quad (12)$$

図4と5の中の曲線Iは式(12)を式(11)に代入したものである。また式(5)において $\dot{\gamma}_1 = \dot{\gamma}$ とした関連流動則においては次式をうる。

$$\dot{\alpha}^p/\dot{\gamma} = 4\dot{\gamma}^2/[9\phi_1\{27A+(2n-1)\dot{\gamma}^2\}] \quad (13)$$

このとき図4と5より次式をうる。

$$\text{圧縮では } n_c = 0.228, \phi_{1c} = 81.6, \text{ 伸張では } n_e = 0.047, \phi_{1e} = 55.8 \quad (14)$$

図4と5の中の曲線IIは式(14)を式(13)に代入したものである。

以上の結果を比較すると非関連流動則の方が関連流動則よりも実験結果を適切に表現していると考えられる。

さて三軸圧縮・伸張試験結果を考慮し、一般応力条件 ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$) において材料定数 ρ, M, n, ϕ_1 が b 値 ($b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$) の線形関数と仮定する。例えば $A = (A_e - A_c)b + A_c$ である。すると $\dot{\epsilon}^p = \{2\dot{\epsilon}_1^{(1)}\dot{\epsilon}_2^{(1)}/3\}^{1/2}$ と $\sigma = \{3J_2\}^{1/2}$ と $I_1^* = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ の応力比 σ/I_1^* との関係が式(5), (9), (10), (12) を用いて図6のように求められる。図6の結果は既往の実験事実とよく対応していると思われる。

参考文献

- 1) Tatsuoka, F. et al.: Soils and Foundations, Vol. 14, No. 2, p. 63, 1974.
- 2) Nishi, K. et al.: Proc. JSCE, No. 280, p. 111, 1978.
- 3) Hirai, H. et al.: Proc. JSCE, No. 320, p. 159, 1982.
- 4) Prager, W.: J. Appl. Phys., Vol. 20, p. 235, 1949.
- 5) Koiter, W.T.: Progress in Solid Mechanics, Vol. 1, 1960.

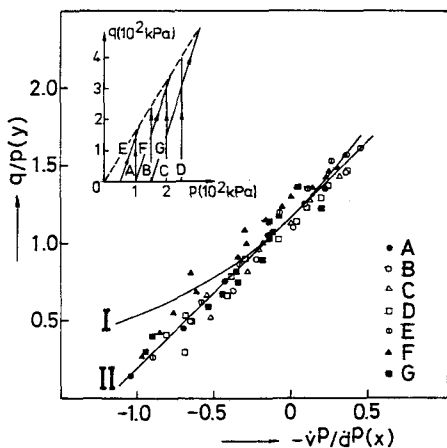


図2. 三軸圧縮試験における $\dot{\gamma}/\dot{\alpha}^p$ と $\dot{\gamma}/\rho$ の関係

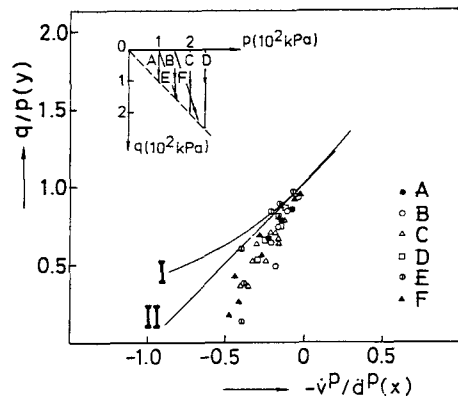


図3. 三軸伸張試験における $\dot{\gamma}/\dot{\alpha}^p$ と $\dot{\gamma}/\rho$ の関係

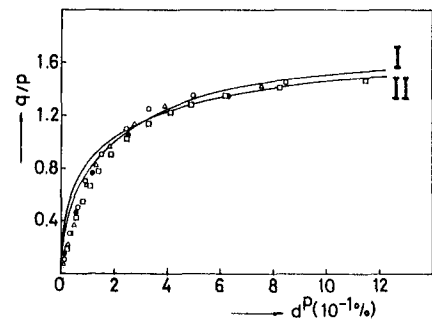


図4. 三軸圧縮試験における応力-ひずみ関係

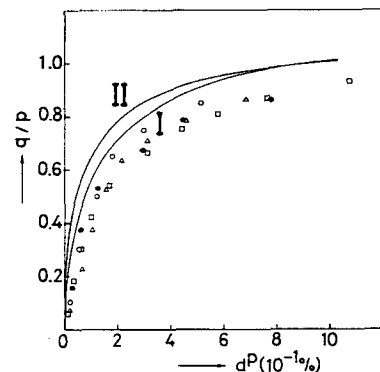


図5. 三軸伸張試験における応力-ひずみ関係

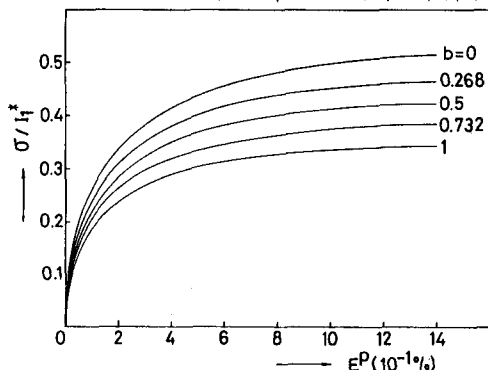


図6. 種々の b 値に対する応力-ひずみ関係