

鹿児島大学工学部 正員

北村 良介

す す よ

松浦 真明

鹿児島大学大学院

奈須 徹夫

1. まえがき

北村は、マルコフ過程を用いた粒状体の力学モデル(以下、マルコフ・モデルと略称する)を提案してきている^{(1),(2)}。このモデルでは、粒状体を構成している粒子の運動がマルコフ過程に従うものとして理論が展開されている。そして、このモデルが、せん断過程での粒状体の力学的挙動を表現できることを明らかにした⁽³⁾。しかし、モデルパラメータの中の粒子の不連続な運動(従来のモデルでは、落ちこみ、割りこみと称していた)を評価するパラメータはfittingパラメータとなっていた。本報告では、粒子の不連続な運動に対するこのfittingパラメータを物理的に意味のあるパラメータとし、合理的にその値を決定することを目的とし、エントロピーの概念を利用する手法について若干の考察を加え、また、応力比一定過程での力学的挙動をも表現できるようにマルコフ・モデルを拡張することを試みている。

2. マルコフ過程のエントロピー

重複規格性をもつ既約なマルコフ過程のエントロピーは次式で定義される⁽⁴⁾。

$$S = -K \sum_{i=1}^W p_i(n) \cdot \ln p_i(n) \quad (1)$$

ここに、 S : マルコフ過程のエントロピー、 K : 定数、

$p_i(n)$: n 段階さきという状態をとる確率、

W : 実現する状態の総数。

図-1, 2は、試料の堆積角度を変化させた豊浦砂供試体による三軸圧縮試験結果⁽⁵⁾に対して(1)式を適用し、得られたエントロピー S と応力比 τ_{oct}/σ_m との関係を示したものである。ここに、 τ_{oct} : 正八面体せん断応力、 σ_m : 平均有効主応力である。図-1は、 $\theta=0^\circ$ の場合であり、供試体は図-3(a)に示すような初期粒子構造を有しているものと考えられる。図-2は、 $\theta=60^\circ$ の場合であり、供試体の初期粒子構造は図-3(b)のようであると考えられる。

図-1, 2を比較すると、次のようなことがわかる。

$\theta=0^\circ$ の場合には、応力比が大きくなるにつれてエントロピーは増大し、 ∇ 印で示した極大値を有し、その後、減少する。一方、 $\theta=60^\circ$ の場合には、応力比の増加とともに、エントロピーは、まず減少して極小値をもち、次に増大して極大値をもつという複雑な挙動を示す。重複規格性をもつ既約なマルコフ過程ではエントロピーが増大することばかりであり、 $\theta=60^\circ$ の場合のエントロピーの変化は、エントロピー増大の法則に反している。このような差異を生じた主要原因は、初期粒子構造を評価する初期粒子接点角分布を図-4に示す

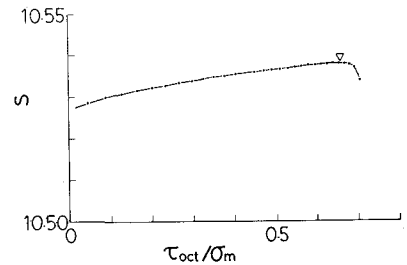
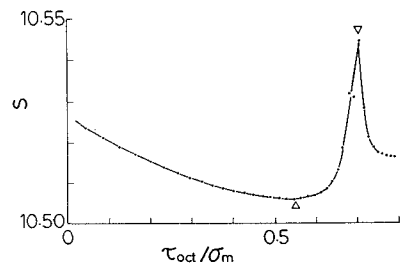
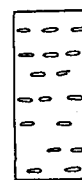
図-1 $\theta=0^\circ$ の場合の $S \sim \tau_{oct}/\sigma_m$ 関係図-2 $\theta=60^\circ$ の場合の $S \sim \tau_{oct}/\sigma_m$ 関係 $\theta=0^\circ$
(a) $\theta=60^\circ$
(b)

図-3 初期粒子構造の模式図

ような三角形と仮定していることにあるのではないかと考えられ、現在、検討中である。

図-5は、図-1の関係を $ds_d(\tau_{oct}/\sigma_m)$ と τ_{oct}/σ_m の関係になおしたものである。また、図-6は、三軸実験およびマルコフモデルを用いた数値実験より得られた応力～ひずみ関係である。図-1におけるエントロピーの極大値、あるいは、図-5における $ds_d(\tau_{oct}/\sigma_m) = 0$ に対応する τ_{oct}/σ_m の値は、図-6をみれば、ほぼピーク強度に対応していることがわかる。このことは、(4)で定義されたエントロピーの極大値に対応する τ_{oct}/σ_m がマルコフモデルにおける破壊規準となりうることを示唆しているものと考えられる。

微視的な立場から導かれたエントロピーの定義を採用すれば、図-5に示した $ds_d(\tau_{oct}/\sigma_m)$ は、粒子の不連続な動きの強さを示す指標となるものと考えられる。すなわち、従来のマルコフモデルで用いられてきたパラメータ λ は、 $ds_d(\tau_{oct}/\sigma_m)$ の関数として表現できるのではないかと考えられ、現在、検討中である。

3. 応力比一定過程へのマルコフモデルの適用

これは、せん断過程に対して提案されたマルコフモデルを応力比一定過程へも適用できるようにモデルを拡張している⁶⁾。すなわち、接点角の変化量を示す確率密度関数を次のような正規分布としている。

$$f(\delta) = \frac{1}{\lambda \cdot \Delta \sigma_m \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(\delta \pm \lambda \cdot \Delta \sigma_m)^2}{2(\lambda \cdot \Delta \sigma_m)^2} \right\} \quad (2)$$

ここに、 δ : 接点角の変化量、 $\Delta \sigma_m$: 平均有効主応力増分、

λ : モデルパラメータ。

さらに、従来のモデルでは、落しこみ、割りこみという概念を用いていたが、モデルの拡張に際し、割りこみという概念をなくし、落しこみだけで粒子の不連続な動きを表現できるように修正している。図-7は、このような修正を行い、応力比一定圧縮過程に適用した数値実験結果と三軸実験結果⁷⁾である。詳しい説明は、講演会当日発表の予定である。

4. あとがき

従来のモデルにおける fitting パラメータに対する定量的評価へのアプローチ、応力比一定過程へのモデルの拡張等について述べた。現在、まだ検討錯誤の状態であり、今後、理論的、実験的考察をさらに深めていかなければならないと考えている。

(参考文献) 1) Kitamura, R.; S & F, Vol. 21, No. 2, 2) Kitamura, R.; S & F, Vol. 21, No. 2,

3) Kitamura, R.; S & F, Vol. 21, No. 3, 4) 吉本英: エントロピー, 化学同人

5) 土橋, 上田: 第7回環状土質力学研究会, 6) コロバ: 土質工学における確率統計の応用に関するシンポジウム, 1982, 7) 深川良一: 京大修士論文, 1979。

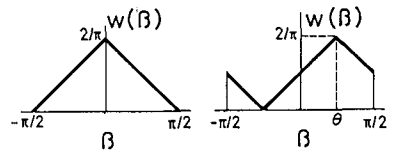


図-4 初期粒子接点角分布

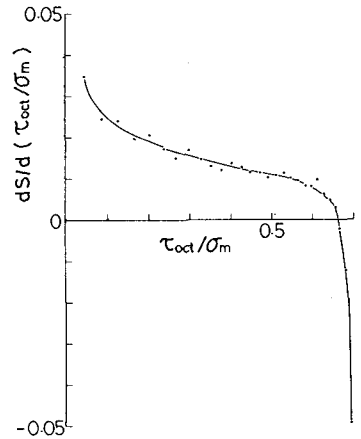


図-5 $ds_d(\tau_{oct}/\sigma_m) \sim \tau_{oct}/\sigma_m$ 関係 ($\theta = 0^\circ$)

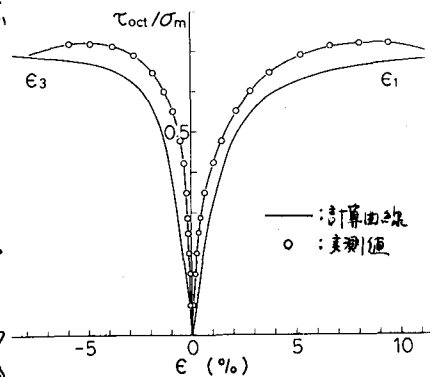


図-6 応力～ひずみ関係 ($\theta = 0^\circ$)

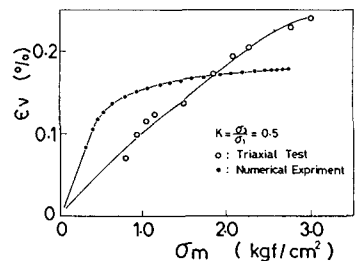


図-7 応力比一定過程における

ϵ_v (体積ひずみ) $\sim \sigma_m$ (平均有効主応力) 関係