

はじめに

排水状態でのせん断試験を行なうと、せん断変形とともに体積変化(ダイレイタンシー)が生じ、供試体に加えられた軸差応力の一部分は拘束圧力に抗して供試体の体積を変化させるために消費されていこうと考えられる。この体積変化のための仕事量に対する補正、すなわち、ダイレイタンシー補正を行なった強度に対する摩擦角 ϕ は限界状態における摩擦角 ϕ_{cv} に等しいといわれている⁽¹⁾。軸対称三軸圧縮試験($\sigma_2 = \sigma_3$)に対するダイレイタンシー補正式としては、Bishop, Ladanyi, Poorooshasb, Rowe の提案式があるが、これらの式は相異なる三主応力下における試験に対しては適用できない。本文では、一般的に三次元応力下におけるダイレイタンシー補正式を求め、構造異方性をとつ砂の三主応力制御試験結果に適用し、その三次元強度特性について検討した。なお、本文における応力およびひずみはすべて圧縮を正とし、応力は有効応力を意味している。

相異なる三主応力下におけるダイレイタンシー補正式

供試体对外力 σ_{ij} が作用し、ひずみ増分 $d\epsilon_{ij}$ が生じるとき、供試体が受けるエネルギー増分 dE_{ex} は次式で与えられる。

$$dE_{ex} = \sigma_{ij} \cdot d\epsilon_{ij} = \sigma_m \cdot d\epsilon_v + S_{ij} \cdot d\epsilon_{ij} \quad \cdots (1)$$

ここに、 S_{ij} は偏差応力テンソル、 $d\epsilon_{ij}$ は偏差ひずみ増分テンソルを意味し、 $\sigma_m, d\epsilon_v$ は平均有効主応力および体積ひずみ増分で、それぞれ次式で表わされる。

$$\sigma_m = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \cdot \delta_{ij} \quad \cdots (2) \quad d\epsilon_v = d\epsilon_{ij} \cdot \delta_{ij} \quad \cdots (3) \quad (\delta_{ij} \text{はクロネッカーのデルタ})$$

ここで、平均主応力の相対的な大きさを表わす $b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$ を用い、主応力軸と主ひずみ増分軸が一致するとし、それら α 軸に図1乙式(1)を変形すると、 $S_{11} = \sigma_1 - \sigma_m = (\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_3 - \sigma_m) = (\sigma_1 - \sigma_3) + S_{33}$ 、 $S_{22} = \sigma_2 - \sigma_m = (\sigma_2 - \sigma_3) + (\sigma_3 - \sigma_m) = (\sigma_2 - \sigma_3) + S_{33}$ とあるのだ、

$$dE_{ex} = \sigma_m \cdot d\epsilon_v + (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot d\epsilon_{11} + (\sigma_2 - \sigma_3) \cdot d\epsilon_{22} = \sigma_m \cdot d\epsilon_v + (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot (d\epsilon_{11} + b \cdot d\epsilon_{22}) \quad \cdots (4)$$

と表わされる。この外部から加えられるエネルギー増分 dE_{ex} は、内部で消散されるエネルギー増分 dE_{in} に等しく、さらに、 dE_{in} はせん断変形のために消散されるエネルギー増分 dW と圧密に消散されるエネルギー増分 dU とに分けられると仮定する。せん断変形のために消散されるエネルギー増分 dW に奇号する応力系にサフィックスを付して記すと、 dW は次のように表わされる。

$$dW = S_{ij,r} \cdot d\epsilon_{ij} = (\sigma_1 - \sigma_3)_r \cdot d\epsilon_{11} + (\sigma_2 - \sigma_3) \cdot d\epsilon_{22} = (\sigma_1 - \sigma_3)_r \cdot (d\epsilon_{11} + b \cdot d\epsilon_{22}) \quad \cdots (5)$$

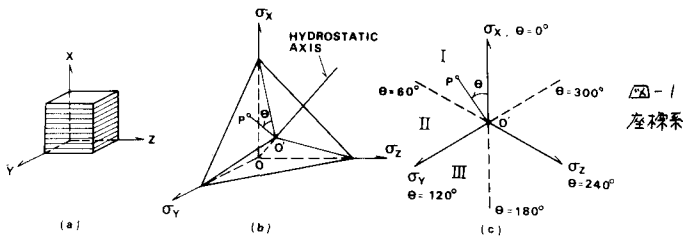
一方、圧密に消散されるエネルギー増分 dU は、粘着力を無視できる砂の場合、体積ひずみ増分 $d\epsilon_v$ のうち構造骨格の弾性変形に起因する部分 $d\epsilon_v^e$ とすれば、 $dU = \sigma_m \cdot d\epsilon_v^e$ と表わせるが、破壊時には $d\epsilon_v^e$ は無視できるので、 $dU = 0$ とみなすこともできる。したがって、砂の場合、破壊時には $dE_{ex} = dW$ とみなせる。それゆえ、式(4)、(5)より、三次元応力状態におけるダイレイタンシー補正式として次式が得られる。

$$\begin{aligned} (\sigma_1 - \sigma_3)_r &= (\sigma_1 - \sigma_3)_f + \sigma_m \cdot \frac{d\epsilon_v}{d\epsilon_{11} + b \cdot d\epsilon_{22}} \\ &= (\sigma_1 - \sigma_3)_f + \sigma_m \cdot \frac{(d\epsilon_v / d\epsilon_1)}{1 - \frac{1}{3}(d\epsilon_v / d\epsilon_1) + b \left\{ (d\epsilon_2 / d\epsilon_1) - \frac{1}{3}(d\epsilon_v / d\epsilon_1) \right\}} \quad \cdots (6) \end{aligned}$$

同様に、 $(\sigma_2 - \sigma_3)$ に対する補正式として次式が得られる。

$$(\sigma_2 - \sigma_3)_r = (\sigma_2 - \sigma_3)_f + \sigma_m \cdot \frac{(d\epsilon_v / d\epsilon_1)}{(d\epsilon_2 / d\epsilon_1) - \frac{1}{3}(d\epsilon_v / d\epsilon_1) + \frac{1}{b} \left\{ 1 - \frac{1}{3}(d\epsilon_v / d\epsilon_1) \right\}} \quad \cdots (7)$$

式(6)、(7)より、 $\sigma_3 = -$ 一定、 $b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3) = -$ 一定の試験におけるダイレイタンシー補正した $(\sigma_1 - \sigma_3)_r$ 、 $(\sigma_2 - \sigma_3)_r$ の値が算定できると仮定できる。また、 $\sigma_2 = \sigma_3$ の通常の三軸圧縮試験($b = 0.00$)の場合には、式(6)は同知の Poorooshasb の式⁽²⁾と一致する。



試験結果とその考察

試料はやや長めと偏平な形状(平均細長

比0.61)をもち粒径0.84~2.00mmの川砂である。供試体は7.6×7.6×7.6cmの立方体で、図-1(a)に示すような縦横面内で等方な三軸圧縮交差性をもちようとして作製された密な供試体である。試験は σ_3 = 一定の三軸圧縮、平面ひずみ、および $b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3) =$ 一定の三主応力制御試験であり、その主な結果は文献(3)に発表されている。図-2は、正八面体面上における θ の各60°の3つの領域I, II, III(図-1(c))における破壊時の体積膨張率 $-(d\varepsilon_v/d\varepsilon_1)_f$ と b 値の関数である。 $-(d\varepsilon_v/d\varepsilon_1)_f$ の値は、 θ の各領域において中間主応力の大きさとともに単調に増加し、また、 θ の各領域内では一意に領域I, II, IIIの順に大きくなる。図-3は、三軸圧縮試験($b = 0.00$)において、 $\theta = 0^\circ$ と $\theta = 120^\circ$ の試験における破壊時の主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ の比を定義された強度比と拘束圧力の関数である。実線が実測値による強度比、破線が式(6)を用いてダイレイタンシー補正した強度比であり、小田ら⁽⁴⁾による豊浦砂(細長比0.605)の結果を示されている。体積変化に対して強度の補正を行なえば、拘束圧力が小さい場合でも初期構造異方性の影響はほぼ無視できるといえる。なお、本実験と小田らの豊浦砂の結果との相違は、破壊に至るまでのひずみが異なり、本実験によるそれと小田らの結果と比べこかなり大きいためと考えられる。図-4は、砂の強度と摩擦角 $\phi = \sin^{-1}\{(\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 + \sigma_3)\}$ を表し、 θ の各60°の3つの領域I, II, IIIに対して、 b 値との関係を示したものであり、実線が実測値、破線が式(6)を用いてダイレイタンシー補正した値によるものである。 θ の3つの領域における $\phi \sim b$ 関係の様子はダイレイタンシー補正に関係なくほぼ同じとみなせる。しかし、ある b 値に対する ϕ の値は、実測値では一意に領域I, II, IIIの順に大きくなるが、ダイレイタンシー補正を行なうと、その差は小さくなり、大小関係が迷転する場合のみみられる。したがって、ダイレイタンシー補正した強度は、実用上、初期構造異方性の影響を受けないと考えこよいであろう。

まとめ 砂の応力・ひずみ関係に及ぼす初期構造異方性の影響はひ

ずみの増大にもともなり徐々に消滅していくが、体積変化の挙動にはそのまゝ認められる。体積変化のための仕事量に対する補正を行なうと、強度に及ぼす初期構造異方性の影響はさらに小さくなり、実用上、無視できると考えこよいであろう。参考文献 (1) 佐々木、龍岡：土の力学(Ⅲ)、技報堂。(2) Poorooshasb, 他(1961): Proc. 5th ICSMFE, Vol. 1. (3) 藤合, 他(1983): 第18回土質工学研究発表会。(4) 小田, 他(1977): Proc. 9th ICSMFE, Vol. 1.

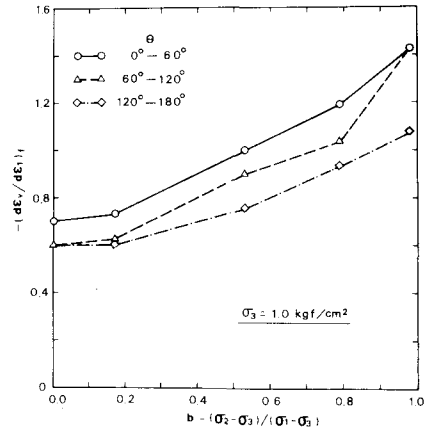


図-2 破壊時の体積膨張率

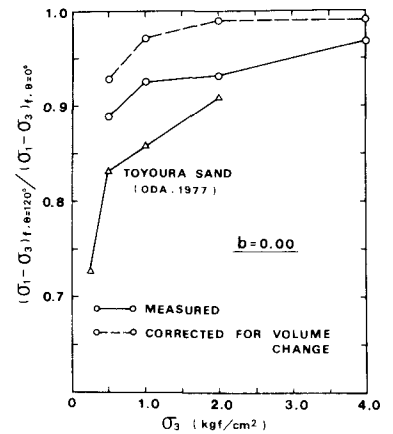


図-3 強度比と拘束圧力の関係

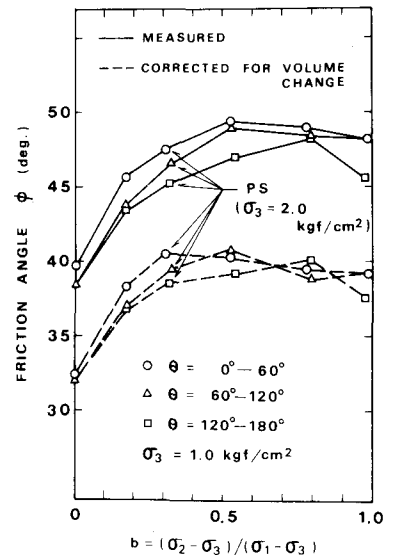


図-4 $\phi \sim b$ 関係