

1. はじめに：蛇行流路の平衡底面形状に関する理論研究は、実験研究に比して少ない。蛇行流は、流下方向に速度変化が大きく、底面形状は、十分に発達した一樣湾曲水路に対する理論のように一横断面内の事象としてあつたことができない。本研究は、任意河床上の平面流速に関する線形解を用いることにより、また横断面内二次流を考慮することにより、流砂の動的な平衡条件を導き、底面波形の振幅と位相の関係式を得ようとするものである。これらの式からは、交互砂州の前進がとまる限界蛇行角をも誘導することができる。

2. 流路形状と流速解：解析の対象を、湾曲の程度が弱く形状の単純な蛇曲流路にしほり、水深/曲率半径比、および水深/流路幅比が十分に小さいものと仮定する。このとき、流れに対する摩擦抵抗は底面からのみおよび、流れは局所部分を除いて平面的二次元流とみなしうる。任意蛇行の平面、底面形状は、式(1)、(2)で表わすことができる。式(1)は、流路中心線の曲率変化の一般表示であり、 $l=1$ の場合は、通常のSine generated curveになる。 s 軸は、左岸に凹岸曲頂があらわれる位置を原点とし、中心線にそってとる。 R_l, σ_{Rl} は、 l の波数をもつ高周波分の最小曲率半径と位相である。 (s, r) ともに平均水深 $\tilde{H}_0$ にて無次元化) また、 $\omega = 2\pi\tilde{H}_0/\tilde{L}$ は無次元角波数、 $\tilde{L}$ は蛇行長である。式(2)は、平均河床面からの無次元変位 η を一般表示したもので、 X_{ij}, σ_{ij} は (i, j) の波数をもつ底面形の振幅と位相を表わす。 n 軸は、原点に直交して左岸向きを正にとり、流路幅 $\tilde{B}$ の半分で無次元表示している。 i, j は、それぞれ s および n 軸方向の波数で、基本周期は1蛇行長、および流路幅の2倍： $2\tilde{B}/(\tilde{B}/2)=4$ にとっている。 c_{ij}, t は波速と時間である。形状が以上のようにあたえられたとき、二次元浅水流モデルにもとづく流速解は、式(3)、(4)にて表わされる。^{1,2}ただし、 u, v はそれぞれ水深平均した流速に関する s 軸方向成分平均からの偏倚、およびその n 軸方向成分。(平均流速 $\tilde{U}_0$ にて無次元化)

$A_{ij} \sim D_{ij}$ などは、 F_r (フルード数)、 $\tilde{H}_0/\tilde{B}$ 、 f_0 (摩擦係数)、 ω などからなりたつ既知パラメータである。²次に、横断面内二次流によって生ずる底面流線の傾き $\tan\psi$ を式(5)のように表わす。同式の右辺第1項は、一樣湾曲の理論と同様な式形をもたせており、平面形状の影響を表わす項である。第2項は、底面の起伏自体がひきおこす二次流を想定したものであるが、線形解析上、波高には依存しない形をあたえている。 M_{ij} は未知の係数である。

3. 流砂の連続関係：

せん断力を流速と結びつけて表現すると、任意点で式(6)がなりたつ。ただし、 τ_{*0} は断面平均せん断力、 γ は局所水深に対応してManning Strickler形の抵抗則がなりたつものと考えて導入したベキ数で、 $4/3$ をあたえる。この式を一般的な流砂関数に代入するとともに、線形近似をおこない微小項を省略すると、式(7)をうる。ただし、

$$\frac{1}{r} = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{R_l} \cos l\omega(s - \sigma_{Rl}) \dots \dots \dots (1) \quad \eta = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} X_{ij} \sin(\frac{i\pi n}{2} + \frac{\pi}{2}\delta_{ie}) \cos j\omega(s - \sigma_{ij} - c_{ij}t) \dots \dots \dots (2)$$

$$u = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \sin(\frac{i\pi n}{2} + \frac{\pi}{2}\delta_{ie}) \{ X_{ij} A_{ij} \sin j\omega(s - \sigma_{ij} - c_{ij}t) + X_{ij} B_{ij} \cos j\omega(s - \sigma_{ij} - c_{ij}t) + \frac{1}{R_j} A'_{ij} \sin j\omega(s - \sigma_{Rj}) + \frac{1}{R_j} D'_{ij} \cos j\omega(s - \sigma_{Rj}) \} \dots \dots \dots (3)$$

$$v = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \cos(\frac{i\pi n}{2} - \frac{\pi}{2}\delta_{ie}) \{ X_{ij} C_{ij} \sin j\omega(s - \sigma_{ij} - c_{ij}t) + X_{ij} D_{ij} \cos j\omega(s - \sigma_{ij} - c_{ij}t) + \frac{1}{R_j} C'_{ij} \sin j\omega(s - \sigma_{Rj}) + \frac{1}{R_j} D'_{ij} \cos j\omega(s - \sigma_{Rj}) \} \dots \dots \dots (4)$$

$$\tan\psi = -\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \{ \frac{N_{ij}}{R_j} \cos(\frac{i\pi n}{2} - \frac{\pi}{2}\delta_{ie}) \cos j\omega(s - \sigma_{Rj}) + M_{ij} \cos(\frac{i\pi n}{2} - \frac{\pi}{2}\delta_{ie}) \cos j\omega(s - \sigma_{ij} - c_{ij}t) \} \dots \dots \dots (5)$$

$$\tau_* = \frac{1}{2} f_0 \tilde{U}_0^2 (1 + \eta)^2 (1 + \eta)^{-1} / \{ (\rho_s / \rho - 1) g d \} \approx \tau_{*0} [1 + 2u + (1 - \gamma)\eta] \dots \dots \dots (6)$$

$$\tilde{q}_s = \tilde{q}_{s0} [1 + p\phi_* u + (1 - \gamma)\phi_* \eta] \dots \dots \dots (7) \quad \tilde{q}_n = \tilde{q}_{s0} (v + \tan\psi + T\epsilon \frac{\partial \eta}{\partial n}) \dots \dots \dots (8)$$

$$\left[\frac{\partial \eta}{\partial t} - p\phi_* \left\{ \frac{\partial u}{\partial s} - \alpha\phi_* \left[\frac{\partial^2 \eta}{\partial s^2} \frac{dn}{ds} + (1 - \gamma)\phi_* \right] \right\} \frac{\partial}{\partial s} \right] \eta + \epsilon v + \epsilon \tan\psi + T\epsilon \frac{\partial \eta}{\partial n} \dots \dots \dots (9)$$

$$\phi_* = \tau_{*0} / (\tau_{*0} - \tau_{*c}) \quad , \quad T = \sqrt{\tau_{*0} / 11.8 \mu_K \tau_{*0}} \quad , \quad \epsilon = 2\tilde{H}_0/\tilde{B} \quad , \quad t = \tilde{q}_{s0} / \{ (1 - \gamma)\tilde{H}_0^2 \} \cdot \tilde{t}$$

$$\sigma_{11} = \frac{1}{\omega} \tan^{-1} \frac{\kappa X_{11} + K \sqrt{K^2 + \Lambda^2} - (\kappa X_{11})^2}{\kappa X_{11} - \Lambda \sqrt{K^2 + \Lambda^2} - (\kappa X_{11})^2} \dots \dots \dots (10) \quad \kappa = c_{11} + p\phi_* B_{11} - (\gamma - 1)\phi_* + \frac{\pi\epsilon}{2\omega} C_{11} \dots \dots \dots (11)$$

$$\Lambda = \frac{1}{R_1} (p\phi_* A_{11} - \frac{\pi\epsilon}{2\omega} D_{11} + \frac{\pi\epsilon}{2\omega} N_{11}) \dots \dots \dots (13) \quad K = \frac{1}{R_1} (p\phi_* B_{11}' + \frac{\pi\epsilon}{2\omega} C_{11}') \dots \dots \dots (12)$$

$$\Lambda \geq \frac{\kappa}{\omega \sqrt{K^2 + \Lambda^2}} \dots \dots \dots (14) \quad \sigma_{c11} = \frac{1}{\omega} \tan^{-1} \frac{\Lambda}{K} \dots \dots \dots (15)$$

$\tilde{q}_{80}$ は断面平均流砂量。次に、 n 軸方向の流砂量は、斜面上の砂粒子に働く諸力のつりあいを考えて式(8)となる。流砂連続式に以上の式を入れ、 n に関して積分したものが式(9)である。

4. 振幅と位相の関係式：式(9)に式(1)～(5)を代入すると、 $\sin j\omega s, \cos j\omega s$ に関する多項式がえられる。同式が恒等的になりたつためには、各項の係数がゼロとなる必要があり、それらより $a_{ij}=0$ とおいた場合の X_{ij}, σ_{ij} を解くことが可能になる³。しかし、解の中には不明のパラメータ M_{ij} が含まれているので、これを消去すると、 X_{ij} と σ_{ij} の間でなりたつ式がえられ、 $i=j=1$ の場合を導くと、式(10)～(13)となる。 N_{11} は、一樣湾曲の平衡理論を参考にして $N_{11}=14$ とする。図-1は、著者らの実験(ME-1, 2, 3)および、Hooke⁴の実験(Run10, 20, 35, 50)に関して得た理論曲線と、フーリエ解析からの実測結果を示すものである。Run20を除き、実測値はほぼ理論線上にのっている。蛇曲流路では水衝位置と σ_{11} がほぼ一致しており、また洗掘深は X_{11} 程度になるので、同式は水衝位置の予測にも利用し得るであろう。図からも知られるように、水衝点は蛇行角の大きい場合ほど、また振幅の小さいほど小さくなる傾向を示すが、Run10のように振幅の増加とともに減少する例もあり平均水理量の組み合わせによってさまざまな現象が現われる。

5. 限界蛇行角：河床に砂州が存在する場合には、 $X_{11} \neq 0$ となり式(10)の根号内が正になるためには、 $1/R_1$ がある限界以上の値をもつ必要がある。逆に、根号内が負になるような曲率の流路では、もはや $c_{11}=0$ として導いた式(10)が成立しなくなり、 $c_{11} \neq 0$ となるべきことになる。根号内が正の条件および $1/R = \theta\omega$ (θ ：蛇行角)の関係をもちい、 $X_{11} \approx 1$ とおくと、移動停止の条件が式(14)のように求まる。限界時の位相は、式(15)となる。ただし、 K', Λ' はそれぞれ式(12)、(13)右辺の括弧内を表わす。図-2は、理論限界角を木下・三輪⁵の実験結果と比較したものである。理論は、 E_p や $L/2B$
 τ_{*0} の違いにはあまり影響されず、 $\tilde{B}/\tilde{H}_0$ と f_0 により変化するが、砂州の発生条件を満たすパラメータの範囲では、実験曲線に近い結果がえられている。このときの位相は、図-3のとおりであり、水衝点が流路変曲点の下流に現われることを示している。

参考文献：1)長谷川：直線および蛇行流路内の発達した砂州上の流れ、第36回年講、II-262, 1981 2)長谷川・山岡・渡辺・笹島：迂曲流路内の砂州上の流れに関する実験と理論、道支部論文報告集、第39号、1983 3)長谷川・山岡・渡辺・柏木：移動床蛇行流路における平衡底面形状に関する研究、同上 4)Hooke, R. L. : Shear-stress and sediment distribution in a meander bend, Unga Report 30, Univ. of Uppsala, Sweden, 1974 5)木下・三輪：砂レキ堆の位置が安定化する流路形状、新砂防、94, 1974 6)長谷川：砂州の前進停止をもたらす蛇行曲率の条件、第35回年講、II-1, 1980

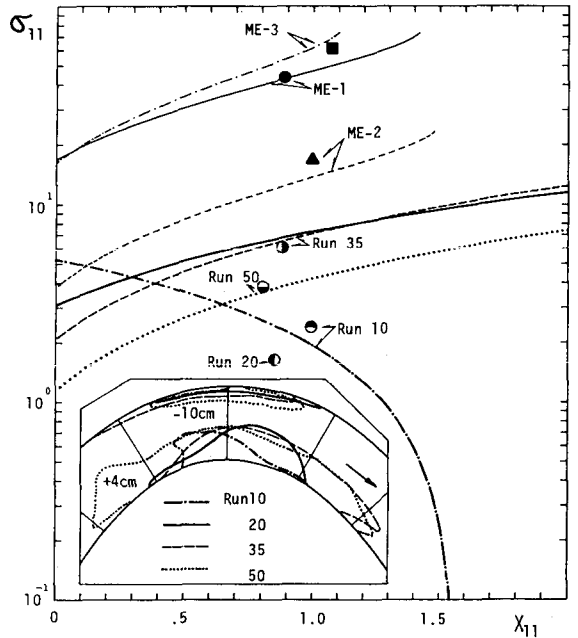


図-1 主要波の振幅と位相の関係

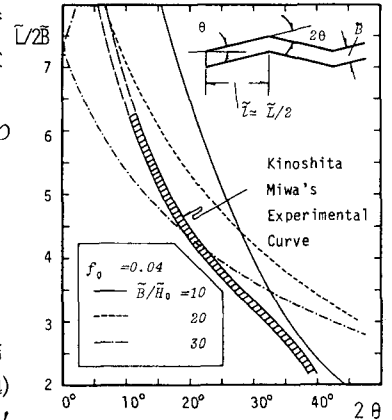


図-2 限界蛇行角

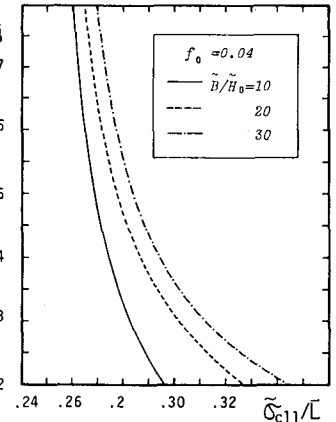


図-3 限界時の位相