

1. まえがき

弯曲水路における二次流は弯曲部への入口近くから徐々に発達し、完全発達域を経て弯曲部の出口から直線部を流下するにしたがって衰退して行くものと考えられる。

二次流の発達域と完全発達域との境界は明確に決められるものではないが、横断方向の運動方程式に基づいてその概略値を得ることは可能である。

すなわち弯曲部の出口以降の直線部においては主流の方向変換による加速度項や横断方向の水面勾配は無くなつてくるとして基礎式が求められる。二次流の発達域においても衰退と同様な式が得られ、衰退の場合の解を応用して二次流が発達するのに要する長さを計算することができる。

180度弯曲部の実験水路における二次流の発達域、完全発達域と思われる位置で横断方向の二次流を測定した。計算から得られる完全発達域の二次流を実測値と比較して、それが完全に発達するのに要する水路の長さについて検討した。

2. 基礎式

曲率半径 r が水深 h に比較して相当大きい、幅のない弯曲水路における横断方向の運動方程式は次のように表わされる。

$$U_\theta \frac{\partial U_r}{r \partial \theta} - \frac{U_\theta^2}{r} = -g I_r + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon \frac{\partial U_r}{\partial z} \right) \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 U_θ , U_r はそれぞれ主流、二次流、 I_r は水面の横断勾配、 ϵ は渦動粘性係数、 g は重力加速度である。(図-1)

まず二次流の衰退について考えると、弯曲部から出た直線部では水面の横断勾配や主流の方向変換に伴う加速度項は消えてくる。したがって U_θ を U_{r0} と置き、 $r \partial \theta$ を z で表わすと次のようになる。

$$U_x \frac{\partial U_r}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon \frac{\partial U_r}{\partial z} \right) \quad \text{----- (2)}$$

U_x としては対数則を使い、二次流の鉛直分布は相似形で変化するものとして $U_r / U_{rs} = U_{r0} / U_{r0s}$ と仮定し(図-2)、図-3に示すように

$$f(\eta) = \frac{(\sqrt{\epsilon}/2KC) \ln^2 \eta + (1 + \sqrt{\epsilon}/KC) \ln \eta + 1}{[1 + (\sqrt{\epsilon}/KC)(\ln \eta + 1)] [F_1(\eta) - (\sqrt{\epsilon}/KC) F_2(\eta)]} \simeq 1$$

とすると式(2)の解は

$$\ln \frac{U_r}{U_{r0}} = - \frac{2KC\sqrt{\epsilon}}{h_m C} x \quad \text{----- (3)}$$

となる。ここに $\ln$ は自然対数、 U_{r0} は完全発達域における二次流、 K はKarman定数、 $C/\sqrt{\epsilon}$ は無次元Chezy係数、 $F_1(\eta)$, $F_2(\eta)$ は完全発達域における二次流の鉛直分布についての関数である。

つぎに二次流の発達について考える。完全発達域の二次流 U_{r0} は θ 方向に変化しないことを考慮するとこの場合の関係式は

$$U_\theta \frac{\partial (U_{r0} - U_r)}{r \partial \theta} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \epsilon \frac{\partial (U_{r0} - U_r)}{\partial z} \right\} \quad \text{----- (4)}$$

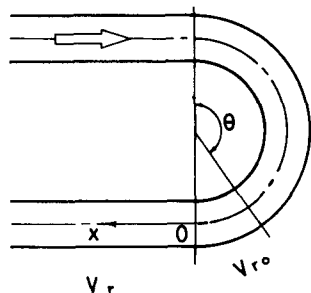


図-1 定義図

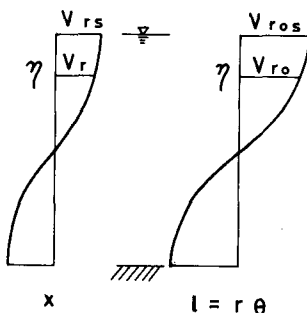


図-2 二次流の変化

となる。これは式(2)と同様な形をしているから $U_c \rightarrow U_0$, $U_r \rightarrow U_{r0} - U_r$ $\alpha \rightarrow r\alpha$ と読み換えて、解の式(3)を利用することができる。したがって式(4)の解は次のようになる。

$$\ln \frac{U_{r0} - U_r}{U_{r0}} = - \frac{2\kappa\sqrt{g}}{h_m C} r\theta \quad \text{----- (5)}$$

3. 実験的検討

実験は180度彎曲部の前後に直線部が接続している水路で行った。流量は4.5 l/s, 平均水深は $h_m = 4.27$ cm, 流速は $U_m = 21.1$ cm/s, レーノルズ数は $Re = 9.02 \times 10^3$, フルード数は $Fr = 0.326$ であった。

流速の測定にはヒト管を用いた。水路の中央で鉛直方向に数点〜8, 9点の最大流速とその方向を調べ、二次流を算出した。

測定した断面は彎曲角で $\theta = \pi/6, \pi/3, 2\pi/3$ の位置である。

二次流がほぼ完全に発達するのに必要な彎曲部の長さは式(5)によって求めるのであるが、式中のKarman定数 κ については次のようにした。すなわち直線部の清水中では通常 $\kappa = 0.4$ とされるが、彎曲部においては $\kappa = 0.4 \sim 0.7$ 程度の値になる。したがってこの平均的な値として $\kappa = 0.5$ とした。

また $C/\sqrt{g}$ については、抵抗則として滑面の場合の式 $U/U_* = 3.0 + 5.75 \log(U_* h_m / \nu)$ から $C/\sqrt{g} = 18.3$ とする。

U_r が U_{r0} の9割程度までとなつてほぼ完全に発達したとして式(5)から $r\theta$ を計算すると $r\theta = 171$ cm となる。これから $\theta \approx 1.71$ rad. (0.544π) である。

完全発達域における二次流の鉛直分布としては Rozovskii¹⁾ による式を用いて $C/\sqrt{g} = 18.3$ の場合について示すと図-4の実線のようになる。実験的に得られた値と比較すると $\theta = 2\pi/3$ におけるものと計算値とはよく一致していると思われる。図-4には $\theta = \pi/6, \pi/3$ において実測した鉛直分布の値も示してあるが理論値とはかなりはなれている。このことから θ が 0.544π 程度でこの場合二次流は完全に発達するとみることができ。

4. あとがき

水路の彎曲部においては二次流が発達する。その発達段階を、列して発生域、発達域、完全発達域と区分して考えられている。これらの区分のうち特にどこからが完全発達域なのかを把握することは重要な事と思われる。

二次流の発達域、完全発達域における横断方向の運動方程式において水面の横断勾配、主流の方向変換による加速度は各々の領域でそれぞれ等しいとして、彎曲部への入口から完全発達域までの長さの概略値を求める計算式は式(5)のようになる。

この式からその長さは水深および無次元 Chezy 係数に比例することがわかる。したがって二次流の発達を抑制するためには水深を大きくし、水路の粗度を小さくした方がよいことになる。

180度の彎曲部についての水路実験において、妥当と思われる Karman 定数、Chezy 係数の値を代入して完全発達域までの長さを求めると角度として 0.544π (98°) となった。これより下流の $\theta = 2\pi/3$ における二次流の鉛直分布の測定値は、完全発達域の理論式によく一致した。したがって式(5)からは妥当な値が算出できる。

参考文献 1) Rozovskii, I. L.: Flow of Water in Bends of Open Channels 2) 小沢功一: 彎曲水路における主流の鉛直分布について 3) 村本嘉雄: 開水路彎曲流の内部機構(Ⅲ) 4) 村本他: 開水路彎曲流の内部機構

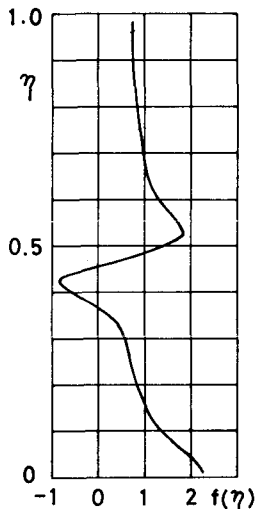


図-3 $\theta(r)$ の変化

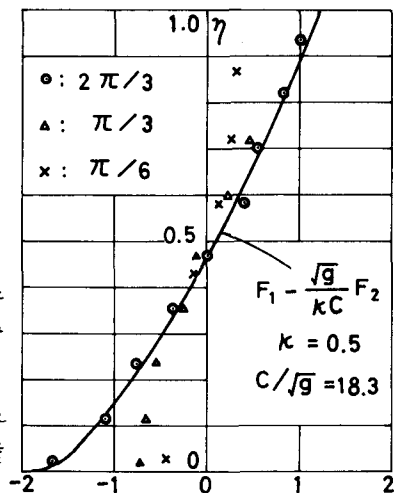


図-4 二次流の実測値と計算値