

東京大学大学院 学生員 ○池谷 毅
東京大学工学部 正員 玉井 信行

1. 序言

蛇行河道の特徴は、河道法線の曲りとそれに伴う凹岸側の洗掘と凸岸側の堆積による河床の傾きである。この河床の傾きは、流水と土砂の運動との相互作用の結果ほぼ定常な状態に達し、河床面は平衡河床形状となる。蛇行水路における平衡河床形状については、Engelund (1974)、池田 (1976) の理論が発表されている。しかしながら、これらの理論では1) 洗掘・堆積が生じた河床上の流れの表現が十分でない、2) 砂の運動の非平衡性に対する考慮が十分でない。そこで、本報告ではこの点を改良するために移動床流れを、白砂 (1971)、福岡 (1981) により提案されているように、水流層を上層に、砂と水とが渾然一体となって流れる流動層を下層とする2層流として取り扱い、蛇行水路における流れと河床形状の解析を試みた。

2. 解析の対象

解析の対象とする水路は、中心線が sine-generated curve で与えられる幅一定の水路であるとする。平均水路床勾配は、水路中心線に沿って一定 ($= \tan \beta$) とする。さらに、水路幅・曲率半径比、水深・水路幅比は1に比べて十分小さいものとする。本報告で用いる座標系及び記号を図1、2に示す。

3. 解析

基礎方程式としては、水流層及び流動層に対する、各層内で水深方向に積分された連続式及び s_b , m_b 方向に関する運動量方程式を用いる。運動量方程式に含まれる非線型性を緩和させるために、まず変数を平面内平均量と偏差に分離する。

$$u' = 1 + u'_1 \quad v' = 0 + v'_1 \quad u^2 = 1 + u_1^2 \quad v^2 = 0 + v_1^2 \\ \xi = 0 + \xi_1 \quad \eta = 0 + \eta_1 \quad \zeta = 0 + \zeta_1$$

ここに、 u, v : それぞれ s_b, m_b 方向の無次元流速、 ξ, η, ζ : $h_A/H_1, \eta: h_B/H_1, \zeta: h_C/H_1$, 上付添字 1, 2: それぞれ水流層, 流動層の量, 下付添字 1: 偏差を表わす。これらの表現を基礎方程式に代入し、偏差に関する非線型項を無視する。さらに、せん断力に関しては、次のようにモデル化する。

$$\tau_{1s} = f_1 (1 + 2u_1') \quad \tau_{1m} = f_1 v_1' \\ \tau_{bs} = f_b (1 + m u_1^2) \quad \tau_{bm} = f_b v_1^2$$

ここに、 τ : 無次元せん断力, 添字 I, B: それぞれ砂面, 底面での値, 添字 s, m: それぞれ s 方向, m 方向の値, m : 流動層の抵抗則を決めるべき, f : 抵抗係数を表わす。このような表現を用いると基礎方程式は次のようになる。

$$\varepsilon \frac{\partial u_1'}{\partial s} + \varepsilon \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial s} - \frac{\partial \eta_1}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left\{ (1 + \varepsilon n \sin \kappa s) v_1' \right\} = 0 \quad \varepsilon \frac{H_2}{H_1} \frac{\partial u_1^2}{\partial s} + \varepsilon \left(\frac{\partial \eta_1}{\partial s} - \frac{\partial \xi_1}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left\{ (1 + \varepsilon n \sin \kappa s) \frac{H_2}{H_1} v_1^2 \right\} = 0$$

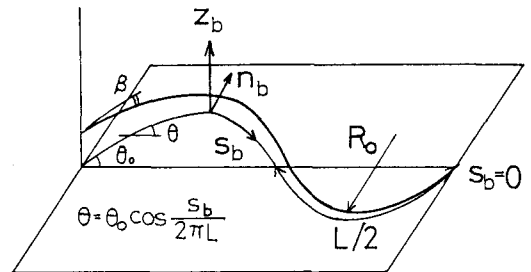


図1. 座標系

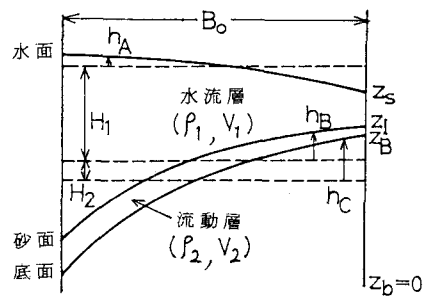


図2. 断面内の記号

$$\varepsilon \lambda \frac{\partial u_1'}{\partial S} + \varepsilon \lambda v_1' \sin \kappa S - \frac{1}{(Fr_1)^2} (1 + \xi_1 - \eta_1) \tan \beta + \frac{\varepsilon \lambda}{(Fr_1)^2} \frac{\partial \xi_1}{\partial S} + f_I (1 + \varepsilon \eta \sin \kappa S) (1 + 2u_1') = 0$$

$$\varepsilon \lambda \frac{H_2}{H_1} \frac{\partial u_1'}{\partial S} + \varepsilon \lambda \frac{H_2}{H_1} v_1' \sin \kappa S - \frac{1}{(Fr_2)^2} \frac{H_1}{H_2} \left(\frac{H_2}{H_1} + \eta_1 - \xi_1 \right) \tan \beta + \frac{1}{(Fr_2)^2} \left\{ \varepsilon \lambda \frac{\partial \eta_1}{\partial S} + \frac{\rho_1}{\rho_2} \varepsilon \lambda \frac{\partial}{\partial S} (\xi_1 - \eta_1) \right\} - (1 + \varepsilon \eta \sin \kappa S) \left\{ \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{V_1^2}{V_2^2} f_I (1 + 2u_1') - f_B (1 + m u_1'^2) \right\} = 0$$

$$\varepsilon \lambda \frac{\partial v_1'}{\partial S} - \varepsilon \lambda (1 + \xi_1 - \eta_1) \sin \kappa S - 2 \varepsilon \lambda u_1' \sin \kappa S + \frac{\lambda}{(Fr_1)^2} (1 + \varepsilon \eta \sin \kappa S) \frac{\partial \xi_1}{\partial \eta} + (1 + \varepsilon \eta \sin \kappa S) f_I v_1' = 0$$

$$\varepsilon \lambda \frac{H_2}{H_1} \frac{\partial v_1'}{\partial S} - \varepsilon \lambda \left(\frac{H_2}{H_1} + \eta_1 - \xi_1 \right) \sin \kappa S - 2 \varepsilon \lambda \frac{H_2}{H_1} u_1' \sin \kappa S + \frac{1}{(Fr_2)^2} (1 + \varepsilon \eta \sin \kappa S) \left\{ \lambda \frac{\partial \eta_1}{\partial \eta} + \frac{\rho_1}{\rho_2} \lambda \frac{\partial}{\partial \eta} (\xi_1 - \eta_1) \right\} - (1 + \varepsilon \eta \sin \kappa S) \left\{ \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{V_1^2}{V_2^2} f_I v_1' - f_B v_1'^2 \right\} = 0$$

ここに、 $\varepsilon = (B_0/2)/R_0$, $\lambda = H_1/(B_0/2)$, $S = S_b/R_0$, $\eta = \eta_b/(B_0/2)$, $\kappa = R_0/(2\pi L)$, $Fr_1 = V_1/\sqrt{gH_1}$, $Fr_2 = V_2/\sqrt{gH_2}$ である。

さて、流動層の厚さを決定する方程式として、斜面の安定理論を参考に次式を仮定し、基礎方程式に加入る。

$$\frac{1}{(Fr_2)^2} \frac{H_1}{H_2} \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \left(\frac{H_2}{H_1} + \eta - \xi \right) \tan \phi = f_B (1 + m u_1'^2) \quad (\phi: \text{内部摩擦角})$$

これらの方程式を、重み付き残差法を用いて解析した。

4. 計算結果・考察

$H_1 = 3.0 \text{ cm}$, $H_2 = 0.5 \text{ cm}$, $V_1 = 25.0 \text{ cm/s}$, $V_2 = 5.0 \text{ cm/s}$, $\rho_1 = 1.0 \text{ g/cm}^3$, $\rho_2 = 1.1 \text{ g/cm}^3$, $\theta_0 = \pi/4$, $B_0 = 30.0 \text{ cm}$, $\beta = 0.01$, $m = 2/3$ の条件で計算した結果を図3に示す。

まず砂面をみると、外岸側に洗掘が内岸側に堆積が生じていることがわかる。より詳しくみれば、 $\kappa S = 0$ 付近で砂面はほぼ平坦、 $\kappa S = \pi/2$ 付近で横断方向の勾配は最大となる。さらに流速分布をみると、流速は弯曲の入り口付近では内岸側が大きい、弯曲を曲るに伴って高速域が内岸から外岸に移動することがわかる。このような解の特徴は、定性的には従来の観測結果と一致している。しかしながら、定量的な議論をするためには、モデルに含まれるパラメータを合理的に決定する方法を考える必要がある。

5. 結言

本報告では、2層流モデルを用いて、蛇行水路における流れと平衡河床形状の解析を行った。その結果、本解析法は蛇行水路における移動床流れを定性的には表現できるが、定量的には不十分な点が残っており、今後の課題である。

<参考文献>

- 1) Engelhd (1974): ASCE, 100, HY11, PP.1631-1648.
- 2) 池田・日野・吉川 (1976): 論文報告集265号, PP.63-73.
- 3) 白砂 (1971): 電中研技術第2研究所, 研究報告70013, 15P.
- 4) 福岡・奥津 (1981): 25回水講, PP.79-84.

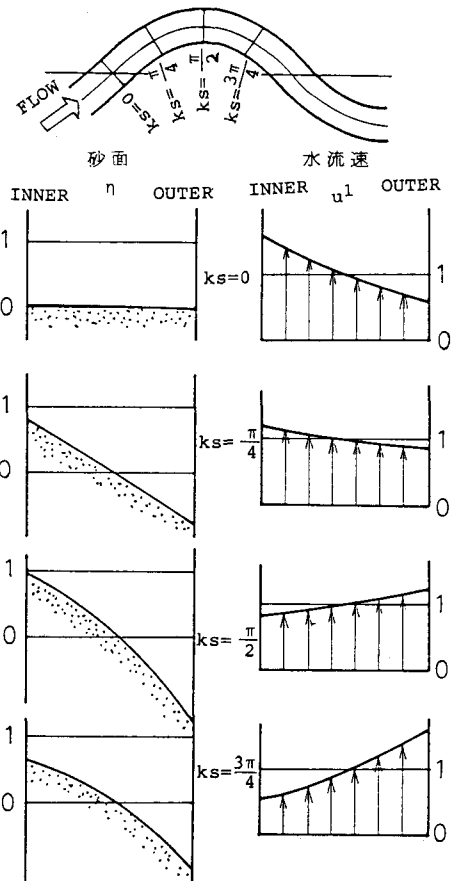


図3. 計算結果