

九州大学工学部 正会員 平野宗夫
 九州大学工学部 正会員 大木照寛
 九州大学工学部 学生員 田中後哉

1. まえがき

本研究は、二次元せん断乱流場に於ける浮遊砂の挙動を明らかにすることを目的とするものであり、浮遊粒子の遷移確率を正規分布と仮定して数値シミュレーションを行い、浮遊砂の飛距離および飛高の分布特性と水理量との関係を調べたものである。

2. 数値シミュレーションの概要

粒子の運動を図-1のように模式化する。時刻 $t=0$ に位置 Q に存在した粒子の $t=i\tau$ で時間後の位置 $X(a,t)$, $Y(a,t)$ は次のように表わされる。

$$X(a,t) = \int_0^t u_p(a,t') dt'$$

$$Y(a,t) = \int_0^t v_p(a,t') dt'$$

ここに、 u_p , v_p は浮遊粒子の Lagrange 的速度である。式(1)を離散化して時刻 $t=i\tau$ に位置 (X^i, Y^i) に存在した粒子のて時間後の位置を (X^{i+1}, Y^{i+1}) とすると、

$$X^{i+1} = X^i + \int_t^{t+\tau} u_p dt' = X^i + L_x^i$$

$$Y^{i+1} = Y^i + \int_t^{t+\tau} v_p dt' = Y^i + L_y^i$$

となる。ここに、 L_x^i , L_y^i は各々 t 時間後の x 方向および y 方向の浮遊粒子の移動量であり、一次マルコフ過程を仮定すると次式で表わされる。

$$L_x^i = \bar{L}_x^i + L_x^{i-1} + L_x^{(i-1)}, R_L(\tau)$$

$$L_y^i = \bar{L}_y^i + L_y^{i-1} + L_y^{(i-1)}, R_L(\tau)$$

$$\bar{L}_x^i = \int_t^{t+\tau} u_p(Y, t') dt' \quad \bar{L}_y^i = \int_t^{t+\tau} v_p(Y, t') dt'$$

$$L_x^{i-1} = \int_t^{t-\tau} u_p(Y, t') dt' \quad L_y^{i-1} = \int_t^{t-\tau} v_p(Y, t') dt'$$

ここに、 \bar{u}_p , \bar{v}_p は粒子の平均速度、 u'_p , v'_p は変動速度、又 $R_L(\tau)$ は Lagrange 的自己相関係数である。

浮遊粒子の遷移確率 $\Phi(L_x^i, L_y^i)$ は、実験結果よりほぼ正規分布となることがわかっているので、次のように与える。

$$\Phi(L_x^i, L_y^i) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\gamma^2}} \exp \left[-\frac{1}{2(1-\gamma^2)} \left(\frac{(L_x^i - \bar{L}_x^i)^2}{\sigma_x^2} \right. \right. \\ \left. \left. - 2\gamma \frac{(L_x^i - \bar{L}_x^i)(L_y^i - \bar{L}_y^i)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(L_y^i - \bar{L}_y^i)^2}{\sigma_y^2} \right) \right]$$

ここに、 σ_x , σ_y は各々 L_x^i および L_y^i の標準偏差、 γ は相互相関係数である。

式(4)の下に計算機により模擬乱数を発生させて、シミュレーションを行う。計算に用いた粒子速度の標準偏差は、 $\sigma_x = \sqrt{u_p^2}$, $\sigma_y = \sqrt{v_p^2}$

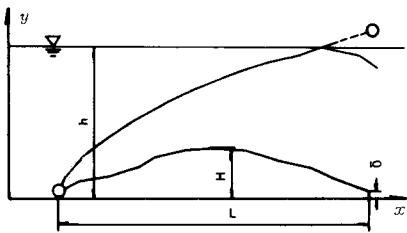


図-1 粒子運動の模式図

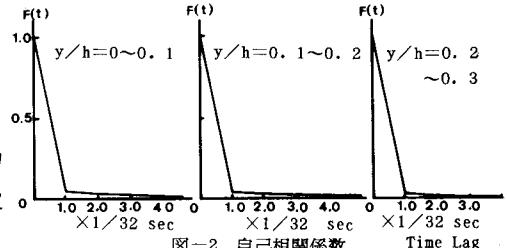
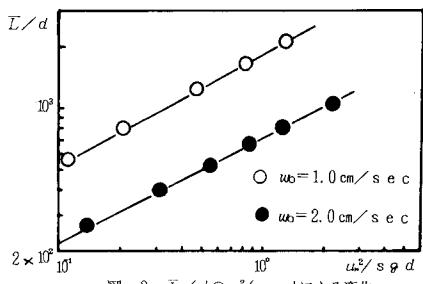
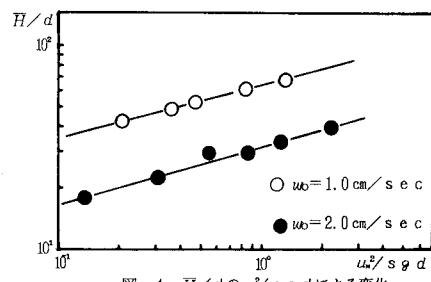


図-2 自己相関係数

図-3 L/d の $u^2/s^2 d$ による変化図-4 H/d の $u^2/s^2 d$ による変化

$\delta_r = \sqrt{u_p^2} \tau$ とする。 $\sqrt{u_p^2}, \sqrt{v_p^2}$ は Grass の実測データを用いており。²⁾ ステップ時間は Lagrange 的なタイムスケールから $\tau = 0.05 h / u_x$ より求められる。次に、境界条件として浮遊粒子が自由水面より上方へ飛び出す場合には、図-1 に示すように一旦粒子を自由水面まで戻した後に浮遊を継続させる。また、粒子速度 u_p の自己相関係数については、沈降速度 2.77 cm/sec のポリスチレン粒子と $4.49 \text{ cm/sec}, 4.95 \text{ cm/sec}$ の種子を用いて、数種類の水理条件下で実験を行った。結果は図-2 のようであり、遅れ時間が $1/32 \text{ sec}$ 以上ではほぼゼロに近くなっている。計算では実験結果を参照して $R_L(\tau) = 0$ とおく。

3. 計算結果とその考察

以上により、境界層から計 2000 個の粒子を放出した場合の各粒子について、飛距離および飛高を求めた。計算に用いた沈降速度は、 $w_0 = 1.0 \text{ cm/sec}, 2.0 \text{ cm/sec}$ である。得られた結果を図-3～9 に示す。図-3 および図-4 は、平均飛距離および平均飛高と無次元拂流力との関係を図示したものである。飛距離・飛高とも巾間数的に増大していることが認められる。図-5 は平均飛距離と平均飛高の比と無次元拂流との関係を示したもので、stationary saltation ではこの比が一定の値を示すのに對して浮流砂では無次元拂流力とともに増大する傾向のあることがわかる。飛距離および飛高の変動係数と無次元拂流との関係を図-6 に示す。两者とも無次元拂流力とともに増大するが、飛距離の方が飛高に比べ増加割合が大きい。図-7 および図-8 は、各々飛距離および飛高の頻度分布である。飛距離の分布形は、 L の大きい方に長い裾を持つ非対称分布形を、飛高については指指数的分布を示している。図-9 に跳躍した浮遊粒子の存在確率分布について、 $\lambda_0 = 0.04 \text{ h}$ に於ける存在確率と正規化した浮遊粒子の鉛直濃度分布を示す。図中には、Rouse 分布を併示しており、ほぼ類似した傾向を示すことがわかる。

4. むすび

今回の数值シミュレーションでは、浮遊粒子の飛距離、飛高についての分布特性を求めた。今後、実験値との比較を行なうとともに、粒子の pick up rate を考慮して浮流砂量についての検討も行なう予定である。

参考文献

- 1) 平野・志岐・大本 昭和55年第35回年講
- 2) A. J. Grass J. Fluid Mech. vol 50 1974
- 3) 石原謙次郎編 水工水理学

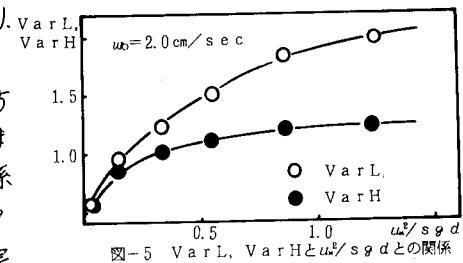


図-5 VarL, VarH と u^*/sgd との関係

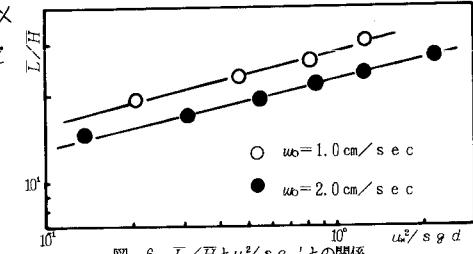


図-6 L/H と u^*/sgd との関係

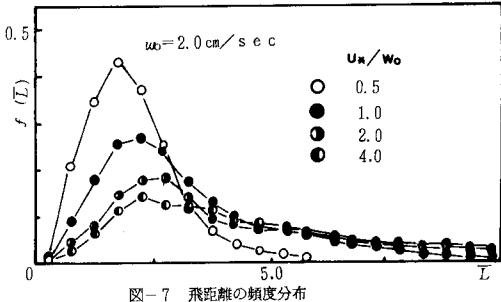


図-7 飛距離の頻度分布

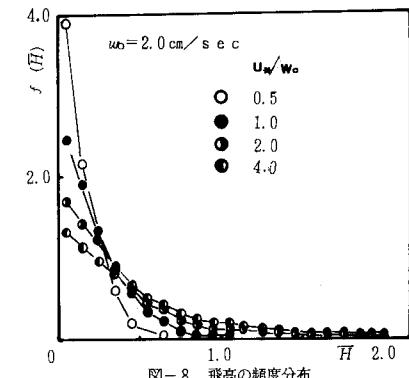


図-8 飛高の頻度分布

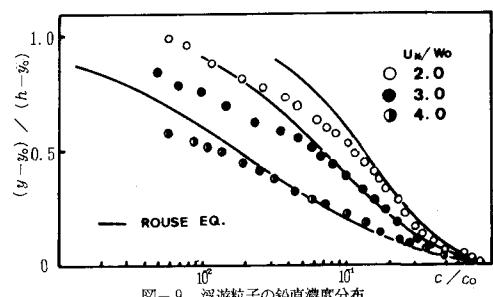


図-9 浮遊粒子の鉛直濃度分布