

京都大学大学院 学生員 藤田 正治
 京都大学防災研究所 正員 茅田 和男
 京都大学工学部 学生員 神田 昌幸

1. まえがき 粒子の浮遊条件式や浮遊砂量式を確立するためには、粒子の浮遊機構を明らかにする必要があるが、山地河川のように礫と礫の間に粒子が存在しているような場合では、特に粗面を対象にして議論しなければならない。それに関して、著者らは粗面について粒子の浮遊限界を実験的に検討しているが¹⁾、本研究では粒子の浮遊軌跡を撮影し浮遊機構を定性的に把握するとともに、それをモデル化し粒子の浮遊限界を理論的に明確にする。

2. 浮遊機構に関する実験 実験水路は幅30cm、長さ8m、勾配1/1000であり、上流端から2～6mの路床に粒径0.483cmの礫が貼付されている。礫の間に粒径0.42cmのポリスチレン粒子(比重1.05,沈降速度1.88cm/s)を敷き、単位幅流量39.7cm/s、水深2.57cm、摩擦速度1.40cm/sの条件で浮遊砂を発生させて、ビデオ装置で図-1に示すような方法により粒子の3次元運動軌跡を撮影し、浮遊機構を次のように明らかにした。なお、以下の解析では流下、横断、鉛直方向をそれぞれ、 x 、 y 、 z 軸で表わす。図-2は浮遊軌跡の一例を示したものであり、このように粒子は礫の間を若干移動したのち急激に小跳躍し、その過程中に浮遊する。これより、粒子を河床から浮上させる外力は揚圧力であり、小跳躍から浮遊させる

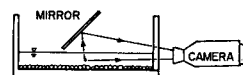
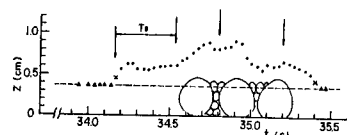
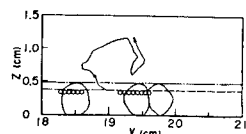


図-1 実験装置

図-2 粒子の浮遊軌跡($z-t$)

のは河床付近からの上昇流による流体力であると考えられる。粒子の再浮上の時間間隔 T_s (図-2)とバースティングの平均周期(注:粗面での値はわからないので、滑面での値とした。)を比較した結果両者はよく一致しており、この浮上、浮遊時に粒子に働く力は、粗面でも存在が指摘されている²⁾バースティング現象と関連があると思われる。また、図-3は浮遊軌跡を $y-z$ 平面に投影したものの一例であるが、浮上、浮遊過程で粒子は横断方向にも変動しており、粒子の浮遊機構には並列せん流が影響していることが示唆される。

図-3 粒子の浮遊軌跡($y-z$)

3. 浮遊機構に関する理論 上述の結果より、粒子は図-4に示すように揚圧力 F_b により小跳躍し、さらに河床付近からの上昇流によって浮遊すると考えられる。このような浮遊機構をTchenの粒子の運動方程式である(1)式を用いて鉛直方向に関して解析する。式中の F_b 、 F_L 、 G は鉛直方向の流体力、揚圧力および水中重力であり、(2)～(4)式で表わされる。また、(1)式の初期条件は(5)式のものである。

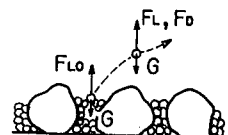


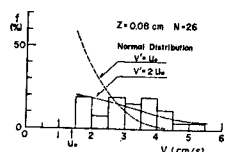
図-4 粒子の浮遊機構

$$\frac{\pi}{6} d^3 \rho \frac{dv}{dt} = F_b + F_L + \frac{1}{2} \frac{\pi}{6} d^3 \rho \frac{dv}{dt} - G \quad \dots (1) \quad F_b = \frac{1}{2} C_D \rho (v - v_p) |v - v_p| \cdot \frac{\pi}{6} d^2 \quad \dots (2)$$

$$F_L = \frac{\pi}{6} d^3 \rho \frac{dv}{dt} \quad \dots (3) \quad G = \frac{\pi}{6} d^3 \rho \cdot g \quad \dots (4) \quad t=0; \quad v=0, \quad v_p=0, \quad F_b=0 \quad \dots (5)$$

ここに、 d : 粒径、 ρ : 粒子および流体の密度、 v_p 、 v : 粒子および流体の鉛直方向の速度、 C_D : 抗力係数である。上式で粒子の運動をシミュレートするとき、この式の適用

の妥当性や F_L の時間変化が問題であり、これに関して2で述べた浮上軌跡を用いて検討する。図-5, 6, 7は C_D にStokes則を適用し、1/30秒毎の粒子の位置から上式によって v 、 F_b および浮上後1/30秒での F_L の値を推定し、その頻度分布を求めたものである。 v は平均0の正規分布に従っているが標準偏差は $v' \approx 2u_k$ であり、粗面河床付近で $v' \approx u_k$ という知見と異なる。しかし、これは浮上軌跡のみからの推定値であり、 v' が大きく評価されうことを考慮すればほぼ妥当であると思われる。上式で粒子の運動が解析できるものと考えられる。また、 F_L は平均0の正規分布で表わされるが、その値は浮上後急激に減少し $F_L=0$ とおいでも差し支えない。

図-5 v の頻度分布

次に、上式を用いて小跳躍について検討する。粒子の初期浮上速度 v_{p0} は F_{10} の作用時間 αt が F_{10} の作用する厚さ $\alpha_1 d$ とその間の平均浮上速度 $\alpha_2 v_p$ の比で表わされると(6)式から算定される。

$(F_{10}-G)\alpha t = \frac{\pi}{6} d^3 \rho v_{p0} \quad (\alpha t = \frac{\alpha_1 d}{\alpha_2 v_p}) \quad \dots (6)$ ニこに、 α_1, α_2 : 係数である。ここで、 F_{10} は平均 $\bar{F}$ の正規分布とし、その標準偏差 F'_{10} は、 $\rho v^2 \propto d^2$ に比例し、 v' は礫の遮蔽効果を考慮して $v' = k U_k$ とすると、 $F'_{10} = C_R \rho U_k^2 d^2$ (C_R : 定数, k : 遮蔽係数) $\dots (7)$ である。さらに、 $F_1 = 0$, $F_0 = \frac{1}{2} C_0 \rho C v_p |v_p| \frac{\pi}{6} d^3$, $C_0 = 2 + \frac{24\nu}{|v_p| d}$ (Rubeyの半理論式) とおいて(4)式を解くと小跳躍中の v_p の変化や最大浮上高 Z_{max} が計算される。これの妥当性を検証するために、前述した実験条件に対して Z_{max} を計算し、実験値と比較したものが図9であり、両者はほぼ一致している。なお、 α_1 の値は粒子に働く鉛直方向の力 F_z の鉛直分布(図8)を実験から求め、

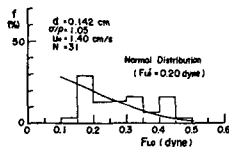


図-6 F_{10} の頻度分布

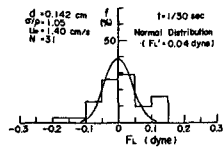


図-7 浮上後1/30秒での F_L の頻度分布

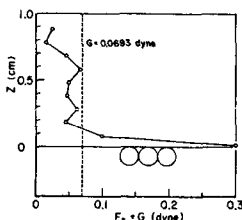


図-8 F_z の鉛直分布

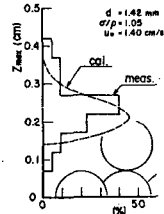


図-9 Z_{max} の頻度分布

これより $0.5 < 1$, C_R は図-6より5.06, α_2 は 0.5 とした。したがって、上式から小跳躍が解析できるものと思われ、 v_p の確率分布は $f_{vp}(v_p) = \int_0^\infty \left(1 - \frac{1}{k} \left(\frac{d}{\alpha_2 v_p}\right)\right) \cdot f_{vp}(v_p) d v_p \quad \dots (8)$ で求められる。ここに、 t_k : 初速 v_{p0} で浮上するときの1回の跳躍の所要時間、 $f_{vp}(v_{p0})$: v_{p0} の確率分布である。

以上の検討より、粒子が小跳躍から浮遊へ移行する過程は次式に(8)式や v_p の確率分布を与えると検討できる。

$$\frac{\pi}{6} d^3 \left(\rho + \frac{\rho}{2} \right) \frac{d v_p}{d t} = \frac{1}{2} C_0 \rho |v_p| (v_p - v_{p0}) \frac{\pi}{6} d^3 - G \quad \dots (9)$$

4. 粒子の浮遊限界 まず、粒子が河床から浮上する条件を検討する。河床粒子が $P_k(F_{10} \times F'_{10} < \alpha_2 v_p)$ 以上の確率で浮上する条件は $\alpha_2 F_{10} > G$ であり、(7)式よりこの条件式は $U_k^2 / s g d > \frac{\pi}{6} \frac{1}{\alpha C_R} \quad \dots (10)$ となる。ここに、 $S = \eta/p - 1$ である。(10)式で C_R の値が問題であるが、粗面上の粒子の浮遊限界に関する実験結果が $\alpha = 3$ に対応するとしてその値を推定すると、 C_R は図-10のように粗面での粒子の存在高さ $d/(d_r - a)$ と d の関数となる。ここに、 d_r : 粗度の粒径、 a : 粒子の堆積厚である。ただし、 $d = 163 \mu$ では $C_R = 1.76$ で一定であり、これはより $d > 163 \mu$ で $C_R = 1.76$ ととめる。 $d/(d_r - a) = 0.05$ について、図-10から C_R の値を推定して、 $\alpha = 3$ ($P_k = 0.13\%$)に対する浮上限界(U_{kL})の曲線を求めると図-11の点線のようになる。次に、浮遊条件は $d v_p / d t > 0$ で表示できるものとする。 v_p を平均 $\bar{F}$ の正規分布と表わし、 Z_{max} が d の数倍であることから $v' = U_k$ とすれば、(8),(9)式より小跳躍した粒子の浮遊確率が $P_k = 0.13\%, 16\%$ になる限界(U_{ks})を表わす曲線は、図-11の実線のようになる。図-11には参考のため、限界掃流力 τ_{bc} と沈降速度 w_s の曲線や浮遊限界に関する実験結果も示されている。この図より、

図-10 C_R の $\frac{d}{d_r - a}$ による変化

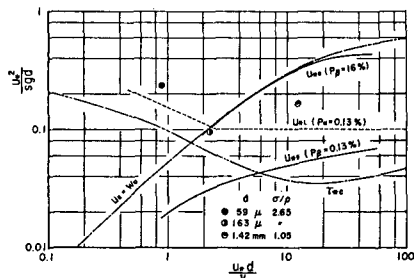


図-11 粒子の浮遊限界 (U_{kL}, U_{ks} の計算は、 $d/(d_r - a) = 0.05$ の条件で行われている。)

5. あとがき 今後、河床での揚圧力 F_0 や粒子の浮上、浮遊現象と流れとの関連について、乱流計測等により、もう少し詳しく検討する必要があると思われる。

<参考文献> 1) 芦田ら; 粒子の浮遊限界に関する研究, 第27回水工, 1983, 2) E. C. Grass; J. Fluid Mech., vol. 50, pp. 233-255, 1971