

京都大学大学院 学生員 三石 真也
 京都大学工学部 正 員 若佐 義朗
 水資源開発公団 正 員 葉師 亨文

1. はじめに; 本研究は流下方向に流れの場合が等質な矩形断面を有する三次元せん断乱流場における混合現象についてLagrange的に取り扱い、Taylorの古典的乱流拡散理論⁽¹⁾との相似性の観点より解析を行ったものである。内容的には、まずいくつかの局所平均流速の分布形、水深及び水路幅方向の乱れ強さ(乱流拡散係数)を仮定して電子計算機を用いたLagrange的な数値実験を行い、このような流れの場合におけるLagrange的統計量の特性を明らかにした。さらに得られた結果より、Lagrange的理論の中心となる自己相関関数⁽²⁾について検討し、そのモデルを提案すると共に、その適用性について数値実験により得られた統計的分散の挙動と比較検討し、その有効性について確認した。

表-1 設定条件

RUN-NO.	u_1	κ	u_z^2/u_*^2	θ_z	u_z^2/u_*^2	θ_y	u_y^2/u_*^2
RUN-3A	u_{11}	0.4	2.50	0.15	0.208	0.0667	0.0926
RUN-3B	u_{11}	0.4	2.50	0.3	0.417	0.0667	0.0926
RUN-3C	u_{11}	0.4	2.50	0.2	0.278	0.0667	0.0926
RUN-3D	u_{11}	0.3	2.50	0.2	0.278	0.0667	0.0926
RUN-3E	u_{11}	0.4	2.50	0.2	0.278	0.276	0.383
RUN-3F	u_{11}	0.4	2.50	0.2	0.278	0.199	0.276
RUN-3G	u_{11}	0.35	2.50	0.2	0.278	0.0667	0.0926
RUN-3H	u_{11}	0.4	2.50	0.2	0.278	0.0667	0.0926
RUN-3I	u_{12}	0.4	2.50	0.2	0.278	0.0667	0.0926
RUN-S221	u_{13}		2.50	0.2	0.278	0.0667	0.0926
RUN-S222			2.50	0.2	0.278	0.0667	0.0926
RUN-S222RC			2.50	0.2	0.278	0.0667	0.0926
RUN-S222RC			2.50	0.2	0.278	0.0667	0.0926

2. Lagrange的な数値シミュレーション; 数値シミュレーション手法としては、若佐、稔、森田、西川によって開発された日野の複号乱数モデルを応用した混合モデルを用いるものとし、彼らの作成したプログラムを利用して、局所平均流速分布形、水路幅方向、水深方向の乱れ強さの組み合わせについて、数値実験を行った。設定した計算条件について示すと表-1のようであり、表中のRun 3A~3Iでは仮想的局所平均流速の分布形を次のように与えている。すなわち、y軸方向の分布形はyに無関係に対数則で与えられ、その平均値は流心付近で一定値となり、側壁付近で対数則に従うものとする。Run S221~S222RCについては、筆者らが矩形断面を有する開水路流れでトレーサ実験を行った際にホットフィルム流速計を用いて測定された局所平均流速分布形を用いて行ったものであり、単純化されたモデルで実験現象などの程度有効に再現できることを確認することを目的としている。

3. Lagrange的統計量の特性; (1)乱れ強さ、流体粒子の主流方向のLagrange的乱れ速度は、

$$v_x'(x, t) = u_x'(x, y, z, t) + u_{yz}''(y, z) + u_z(z) - \bar{u} \quad (1) \text{であり、}$$

乱れ強さは、

$$[v_x'^2] = \frac{1}{A} \int \bar{u}_x'^2 dA + \frac{1}{A} \int \bar{u}_{yz}''^2 dA + \frac{1}{B} \int \bar{u}_z'^2 dA \quad (2)$$

$$= [v_x'^2] + [v_y'^2] + [v_z'^2] \quad (3) \text{となる。}$$

ここに、 $u_x' = u_x - \bar{u}_x$ (Euler的乱れ)、 $u_{yz}'' = \bar{u}_x - u_x(z)$ (水深方向の局所平均流速の非一様性の項)、 $u_z' = u_z(z) - \bar{u}$ (水深方向に平均化された流速の水路幅方向の非一様性による項)、 $u_z(z) = \frac{1}{A} \int \bar{u}_z dA$ (水深方向に平均化された流速)である。

(2)自己相関関数、Lagrangeの自己相関関数 $BL(t)$ は、(1)を用いて、

$$BL(t) = \overline{v_i v_j(t)} = \overline{v_i \frac{1}{T} \int_0^T v_j'(t) v_j'(t+\tau) dt} \quad (i, j = x, y, z) \quad (4)$$

と分解して記すことができる。 $i=j$ のとき BL_{ij} は v_x' 、 v_y' 、 v_z' の自己相関関数であり、 $i \neq j$ のときは相互相関関数である。 v_x' を時系列解析

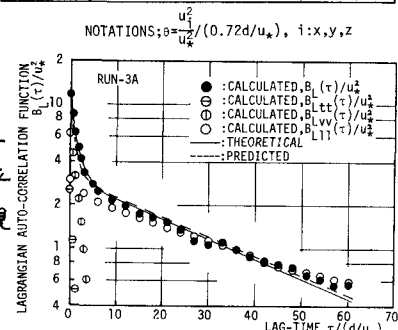


図-1 Lagrangeの自己相関関数

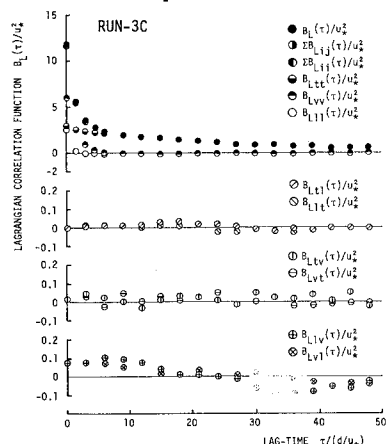


図-2 自己相関関数の成分

1で得られたBLTと片対数紙上に示すと図-1のようになる。BLTの関数形については、二次元せん断乱流場のそれは、指数関数形で比較的良く近似できるのに対し、三次元せん断乱流場では必ずしも指数関数形による近似は適当ではなく、減衰の非常に遅いことがいくつかの研究において報告されている。本数値シミュレーションにおいても図-1に見られるように、BLTはほとんどの領域で急激に減衰するが、その後は長く尾を引きながら減衰しない。つまり、前半部と後半部ではその傾きが異なり、二種の半減期を有していることが知られ、一つの指数関数で近似することは不適当であることが知られる。また、図-2に示されるように(4)式の各成分については、前半部においては、BLT、BLU、BLEが同程度の重みを持っている。しかしながら遅い時間では大きくなるにつれて、BLT、BLUが比較的早く減衰するのに対し、BLEの減衰は遅く、いつまでも長く尾を引いている。またBL_{ij}(i+j)は、すべてほとんどのに近しい小さな値であり、BLTに対しての寄与は少ない。以上よりBLTの前半部の急激な減衰がBLT、BLUの減衰によるものであり、後半部においてはBLT、BLU=0であり、成分としてBLEのみが残りBLTの緩やかな減衰はBLEによるものであることがわかる。従って相関関数形のモデルとしていくつかの時間スケールを有する以下のようなものと考えることが出来る。

$$BL^*(t) = [v_t^2]e^{-T_t t} + [v_u^2]e^{-T_u t} + [v_e^2]e^{-T_e t} \quad (5)$$

ここに T_t, T_u, T_e は時間スケールであり、 T_u, T_e についてはFischerの推定式

$$T_{Fi} = \frac{1}{14.8} \frac{li^2}{\epsilon_i} \quad (li: \text{特性長}) \quad (6)$$

が良い値と与える(図-3)。また T_t については、本数値計算法では条件として与えねばならないが、浅野の推定式 $T_t/(d/u_*) = 0.72$ が適用可能である。(5)より $BL(0) = [v_t^2] + [v_u^2] + [v_e^2]$ であり、これ強度は(2)に一致する。またLagrangeの積分時間スケールは、

$$T_{SL}^* = \{ [v_t^2]T_t + [v_u^2]T_u + [v_e^2]T_e \} / [v_e^2] \quad (7) \text{であり、}$$

図-4に示すように T_{SL}^* は $T_{SL} = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t BL(t) dt$ と良く一致する。

図-1の矢線は(5)を用いて、また破線は(5)、(6)を用いて計算された相関関数である。図-5は(4)、(5)における各項について項別に示して比較したものである。両者の適合性は良く、各成分の強度、積分時間スケールを適切に与えることにより、(5)で良く近似できることがわかる。

4. 自己相関関数モデルの適合性; 統計的分散 $[x'^2]$ は、(5)あるいは(5)、(6)

によって得られる $BL^*(t)$ より、

$$[x'^2] = 2 \int_0^t (t-\tau) BL^*(\tau) d\tau \quad (8)$$

により求められる。この値と数値実験及び水理実験により得られた粒子位置の二次中心モーメントとをその経時変化として示したものが図-6である。これらは、良く一致しており、(2)、(3)、(5)、(6)でモデル化される相関関数モデルが適用可能といえよう。

《参考文献》(1) Taylor, G. I. Proc. London Math. Society, A20, 1921

(2) 岩佐・綾・森田・西川; 京都大学防災研究所年報 第25号 B-2, 1982

(3) 岩佐・綾・葉崎寺; 京都大学防災研究所年報 第26号 B-2, 1983 投稿中

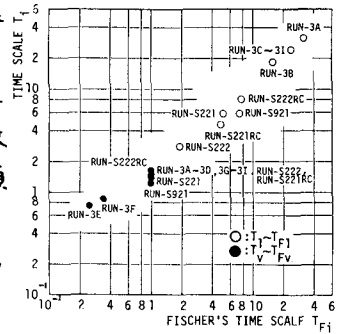


図-3 積分時間スケールとFischerの時間スケール

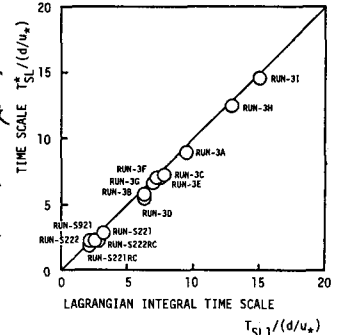


図-4 積分時間スケール

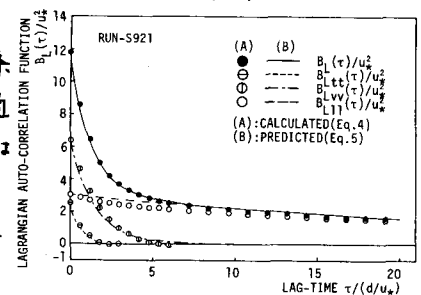


図-5 Lagrangeの自己相関関数

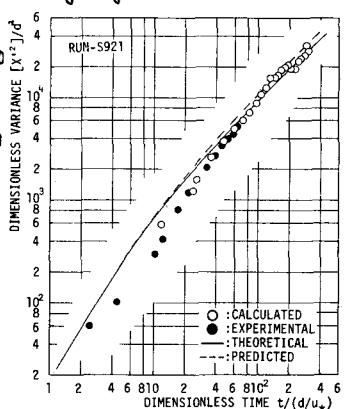


図-6 統計的分散の挙動