

中部工業大学 正員 ○ 松尾 直規
京大工学部 正員 岩佐 義朗
京都大学大学院 学生員 大越 敏夫

1. はじめに：貯水池の富栄養化対策の一つに空気注入による曝気があるが、その方式には種々のものがあり、いづれが最も効果的であるかはよくわかっていない。いづれにせよ曝気による水質改善の効果を知るには、まず曝気に伴う空気泡アリュームならびに周囲水の流れの挙動を明らかにすることが重要である。本研究では、こうした課題を取り扱うための第一歩として、静止流体中における空気泡アリュームの挙動と円筒座標系を用いた数学モデルで表現し、その数値解析例について考察した。

2. 数値解析モデル：空気泡アリュームの挙動に関する研究には、空気-液界面を対象とした栗原¹⁾、岩垣²⁾、Kobus³⁾のものなどがあるが、これらの解析においてはいずれも、気泡は極めて小さく気泡の水に対する相対速度や気泡の容積変化は無視しうるものとしてその取扱を行っている。こうした取扱いは、気液張力流の詳細を厳密に知ろうとする上では十分とは言えないが、実用上の観度からすればほとんど支障はないであろう。一方、静止流体中における空気泡アリュームは浮力状態に振がると考えてよいことから、そのモデル化にあたっては都合の良い円筒座標系 (r, θ, z) を用いる。この場合、 θ 方向への諸量の変化は他方向へのそれらに比べて小さくあて無視しうるものとし、さらに発生熱量はなく、流れは完全な乱流であると仮定する。

以上の諸条件のもとに単純化した基礎数学モデルを図-1に示すようなコントロール・ボリュームについて展開することにより、以下に示すような空気泡アリュームの数値解析モデルが得られる。すなわち、円筒座標系について決まりになる。

1) 水の連続式：
$$[rV_r]_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} \cdot 2\Delta z + [v_z]_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} (r_{i+1}^2 - r_i^2) = 0 \quad (1)$$

2) r 方向の運動量保存則：
$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} [rV_r^2]_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} [v_z v_r]_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} = -\frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} \left\{ \left[\frac{r}{\rho} \right]_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} - \int_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} \frac{r}{\rho} dr \right\} + \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} [r\epsilon_{rr} \frac{\partial v_r}{\partial r}]_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} [\epsilon_{rz} \frac{\partial v_z}{\partial z}]_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \quad (2)$$

3) z 方向の運動量保存則：
$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} [rV_r v_z]_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} [v_z^2]_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} = -g - \frac{1}{\Delta z} \left[\frac{p}{\rho} \right]_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} + \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} [r\epsilon_{rz} \frac{\partial v_z}{\partial r}]_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} [\epsilon_{zz} \frac{\partial v_z}{\partial z}]_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \quad (3)$$

4) 水温度収支則：
$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} [TV_r]_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} [TV_z]_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} = \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} [r\epsilon_{rr} \frac{\partial T}{\partial r}]_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} [\epsilon_{rz} \frac{\partial T}{\partial z}]_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \quad (4)$$

5) 空気泡密度収支則：
$$\frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} [\rho_c V_r]_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} [\rho_c v_z]_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} = \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} [r\epsilon_{cr} \frac{\partial \rho_c}{\partial r}]_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} [\epsilon_{cz} \frac{\partial \rho_c}{\partial z}]_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} + \rho_{cin} \quad (5)$$

上式で用いた記号の説明は既報⁴⁾の通りであり、ここでは省略するが、密度 ρ は、 $\rho = \rho_w - \rho_c$ （ここに、 ρ_w は空気泡を含まないときの水の密度で水温 T の関数）で表わす。なお、水面及び底面に接するブロックでは、右面において通常用いられる各種境界条件より(1)~(5)式が変形されることになる。

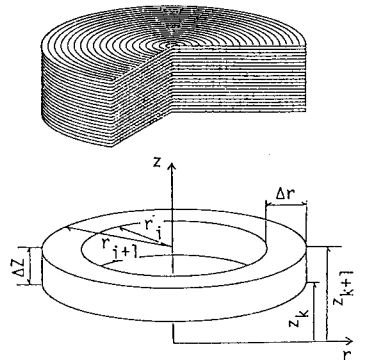


図-1 空気泡アリュームの解析に用いるコントロール・ボリューム

ところで、いまその向の加速度が無視され圧力 p が静水圧分布で近似される場合には、問題は簡単化され、

$$(3) \text{式は次式で代用されることになる。} \quad p = \int_z^{z_s} \rho g dz \quad (6)$$

こうした単純化モデルでも、空気泡アリュームが十分に発達し、それに伴う水平流が卓越する領域では、実用上十分な解析が期待できると考えられる。一方、 v_x が卓越するアリュームの上昇域に着目すれば、 x の土界に伴う水位変化が極めて小さく、 z の変化が浮力のみに依存する場合には、(2)式を省略し、栗原³⁾の解析と同様の取扱いは行うことも考えられるが、ここでは行わない。以下では、(1)~(5)式のモデル及び鉛直方向に静水圧分布を仮定したモデルによる数値解析例(前者をCase-1、後者をCase-2とする)について考察を進める。

3. 数値解析例とその考察: いずれの解析においても、図-2のように各物理量の計算点と配置するとき、同時に水位 z と他の諸量との計算点とを Δt だけずらし交互に求めるように前進型のStaggered差分法を用いた。また、(1)~(5)式とその解析の場合については、従来より流水噴流の数値解析にしばしば用いられているHirt & Cookの反復修正法を使って、 v_x 、 v_z 及び p の収束化を図っている。

図-3, 4に各モデルによるアリューム近傍の流速分布の計算例を示す。両図より、いずれの例においてもアリュームの上昇に伴う周囲水の運行と、水面近くでそれが水平方向に転ずる様子が再現されていることがわかるが、水平方向へ転ずる位置は、静水圧分布を仮定した場合の方が深くなっている。図-5, 6には、このときの鉛直流速成分の分布と中心部の流速 v_z と、アリューム幅 b (v_z/v_{z0} が z/h になる位置での v_z の値)で無次元化して示している。いずれの場合も、図-5図中に記したガウス分布曲線に合う分布形であり、またどの深さにおいてもほぼ相似形になっていることがわかる。こうした特性は、従来の理論解析の結果と一致するものであり、計算結果の妥当性を示すものと考えてよいであろう。次に、図-7に示したアリューム幅 b の z 方向への変化をみると、いずれの場合もアリューム幅 b は上昇に伴ってほぼ直線的に変化していることがわかる。しかしながら、 x の傾きは、図-8に示した中心部流速の z 方向への変化よりわかるように、中心部流速が最大となる位置を境に、わずかにあるが変わっている。すなわち、アリュームの加速領域と拡散領域では、流場の特徴が異なることを反映していると考えられる。なお、図-7の図中には比較のため、Rouse³⁾の鉛直アリュームに関する結果より、 x の傾きを示している。

以上、空気泡アリュームの数値解析法とその解析例について述べてきたが、図-6 v_z の分布(Case-2)

x の傾きの解明にはまだ多くの課題が残っており、今後ともさらに検討を進めていきたい。

参考文献: 1) 栗原: 空気防護堤の断面に就いて、九大応用力学研究所報第5号, 昭和27年8月, 2) 栗原: 空気防護堤の性能向上に関する研究, 文部省科学研究費(4)研究報告書, 昭和56年3月

3) Kobus, E.H.; Analysis of the flow induced by air-bubble systems, Proc. 11th Conference on Coastal Eng., 1966 4) 栗原他: 曝気塔に噴出するアリュームの数値解析, 昭和58年度関西支部年報, 昭和58年

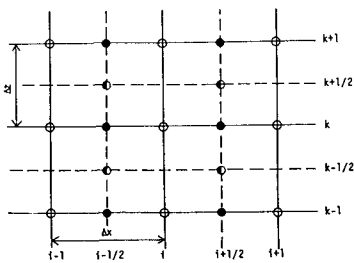


図-2 計算格子における計算点の配置

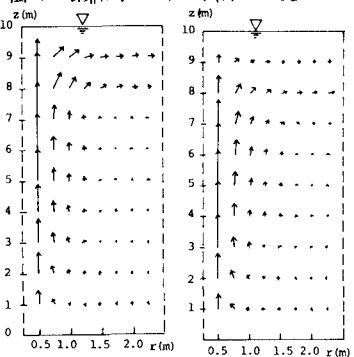


図-3 流速分布図 (Case-1)

図-4 流速分布図 (Case-2)

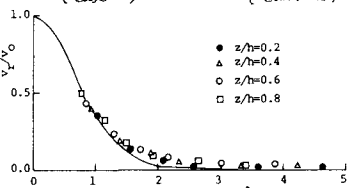


図-5 v_z の分布 (Case-1)

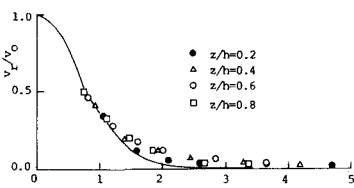


図-6 v_z の分布 (Case-2)

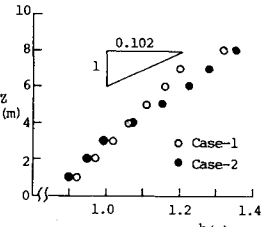


図-7 アリューム幅の変化

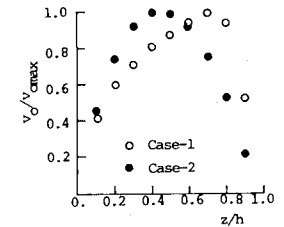


図-8 軸上流速の変化