

京都大学大学院 学生員 松井健一
 京都大学工学部 正 員 岩佐義朗
 広島大学工学部 正 員 細田 尚

1. はじめに; 本研究は、二次元Jetの相似領域での、 k - ϵ モデルの特性について検討したもので、 u_m , b の減衰率、成長率だけでなく乱れエネルギー $k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2})$, エネルギー逸散率 ϵ の減衰率も求めた。その結果、 $k \propto x^{-1}$, $\epsilon \propto x^{-5/2}$ となることがわかった。

2. 基礎式; 基礎式はFig-1を参照して

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \left(\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \left(\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} \right) \quad (3)$$

ここで、静水圧分布を仮定し、Jetが十分深く水深の変化が無視できるとき、基礎式は

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \quad (5)$$

となる。

Jetが放出点よりある程度流下すれば、特性量の分布形が相似となることが知られ、そのとき

$$u = u_m f(\eta), \quad -\overline{u'v'} = u_m^2 g(\eta), \quad \eta = y/b$$

とすると、次の考察より

$$u_m \propto x^{-1/2}, \quad b \propto x^1 \quad (6)$$

となり、実験的にも十分検証され、たとえば実験式として

$$\frac{u_m}{u_0} = (2.41 \pm 0.04) \left(\frac{b_0}{x} \right)^{1/2}, \quad \frac{b}{b_0} = (0.116 \pm 0.002) \left(\frac{x}{b_0} \right)^1 \quad (7)$$

が提案されている。⁽¹⁾

3. 滑動粘性係数を用いた解析

通常、(1), (4)式を y 方向に積分する一次元解析法が用いられ、その際、表われる連行係数が問題になっている。しかし、有限領域で複雑な外的条件をもつ実際現象には適用が容易でない。そこで、Reynolds応力 $-\rho \overline{u'v'}$ を

$$-\rho \overline{u'v'} = \rho D \frac{\partial u}{\partial y} \quad (8)$$

とおいて、Reynolds応力を、滑動粘性係数 D を用いて閉じる方法が用いられる。 $D \propto b u_m$ とするとJetの挙動が定性的に正しく表わせるが、未知量 b , u_m を含み、実際問題には適用しにくい。ここでは、

$$(I) \ D = \text{定数}, \quad (II) \ D = \alpha \Delta y^2 (\partial u / \partial y)$$

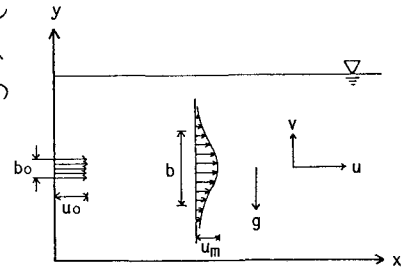


Fig-1

といたときを考え、 $u = u_m f(\eta)$ 、 $\eta = y/b$ において次元考察を行えば、

$$(I) \quad u_m \propto X^{-1/3}, \quad b \propto X^{2/3}$$

$$(II) \quad u_m \propto X^{-1/6}, \quad b \propto X^{1/3}$$

となり、Jetの挙動を定性的に正しく表わし得ない。ここに、 Δ 子は、例えば数値解析を行なったときの格子間隔である。

4. k - ϵ モデル⁽²⁾

渦動粘性係数を、次元考察より

$$D = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (8)$$

と表わし、 k 、 ϵ について次式を用いるモデルである。

$$\frac{\partial u k}{\partial x} + \frac{\partial v k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{D}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + D \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \epsilon \quad (9)$$

$$\frac{\partial u \epsilon}{\partial x} + \frac{\partial v \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{D}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + C_1 \frac{\epsilon}{k} D \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - C_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (10)$$

ここに、 σ_k 、 σ_ϵ 、 C_1 、 C_2 ；定数。

$$\left. \begin{aligned} u &= u_m f(\eta), \quad k = k_m g(\eta), \quad \epsilon = \epsilon_m h(\eta) \\ u_m &= u_0(\xi)^p, \quad b_m = b_0(\xi)^q, \quad k_m = k_0(\xi)^r, \quad \epsilon_m = \epsilon_0(\xi)^s, \quad \xi = x/l, \quad l; \text{長さのスケール} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

とくと、(4) 式から

$$\frac{\epsilon_0 u_0 l}{k_0^2 C_\mu} \xi^{s-2r+p+2q-1} \left\{ p(f^2(\eta) - f'(\eta)) \int_0^\eta f(\eta) d\eta - q f'(\eta) \int_0^\eta f(\eta) d\eta \right\} = \frac{g^2(\eta)}{h(\eta)} f''(\eta) \quad (12)$$

$$\text{となり} \quad p+2q+s-2r=1 \quad (13)$$

を得る。

つぎに、(9) 式に $\int_0^\infty \cdot d\eta$ の積分を行って

$$u_0 k_0 (p+q+r) \xi^{p+q+r-1} \int_0^\infty f(\eta) g(\eta) d\eta = \frac{C_\mu k_0^2 u_0^2}{\epsilon_0 l} \xi^{2p-q+2r-s} \int_0^\infty f'(\eta)^2 d\eta - \epsilon_0 l \xi^{q+s} \int_0^\infty h(\eta) d\eta \quad (14)$$

より

$$p+r-s-1=0, \quad p-q+r-s=0 \quad (15)$$

が得られる。同様に、(10)式に $\int_0^\infty \cdot d\eta$ の積分を行って、 p 、 q 、 r 、 s に関して(15)式と同様の式が得られる。

$2p+q=0$ が成立するから、 p 、 q 、 r 、 s についての四元連立一次方程式となり、その結果

$$\left. \begin{aligned} u_m &\propto X^{-1/2}, & b &\propto X^1 \\ k_m &\propto X^{-1}, & \epsilon_m &\propto X^{-5/2} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

となる。(16)式は、 u_m 、 b に関してJetの正しい挙動を表わしている。さらに、乱流構造の特性量である乱れエネルギー、エネルギー逓散率の減衰率も得られた。

5. おわりに；今後、 k_m 、 ϵ_m の減衰について実験的に検討したい。

参考文献

- (1) Fischer, Imberger, Koh, List, Brooks ; Mixing in Inland and Coastal Water, Academic Press, 1979
- (2) Kollmann ; Prediction Methods for Turbulent Flows