

京都大学工学部 正員 多田彰秀
 京都大学工学部 正員 若佐義朗
 京都大学工学部 正員 井上和也

1はじめに；開水路非定常流のうち，洪水流に代表される変化の緩やかな漸変流については，すでにいくつかの数値解析法が導かれており，実用にも供せられている。一方，変化の急な流れの場合，とくに段波のような不連続な現象が発生する場合については，理想化された場での理論的な扱いはともかく，不連続部でのとり扱いがむずかしいためその数値解析法は十分確立されているとはいえず， $x-t$ 平面において特性曲線上に沿って基礎式を積分するという数値解析的にはきわめて複雑な方法が試みられているにすぎない。本報は，厳密な意味での段波の発生には到っていないが，変化が比較的急な流れを，従来から筆者が用いている固定格子点の特性曲線法の内挿計算の精度を上げた差分法で数値解析する方法を示すとともに，Lax-Wendroff法による解析結果との比較を行ったものである。

2.基礎式；ここでは，エネルギー解析法を適用する。このとき，基礎式は次式で与えられる。連続式； $\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$ ----- (1) $[A: \text{面積}, Q: \text{流量}]$
 エネルギー式； $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\beta Q^2}{2gA} + \frac{\partial H}{\partial x} \right) = -S_f$ ----- (2) $[U: \text{流速}, h: \text{水深}]$
 ここで， $H \equiv Z + \lambda h \cos \theta + \frac{\alpha U^2}{2g}$ ：全エネルギー水頭， $S_f = n^2 U^4 / R^4$ ， n ：Manningの粗度係数， R ：径深， α ：エネルギー係数， β ：運動量係数， λ ：圧力補正係数である。

3.特性曲線法による数値解析；(1)および(2)式を特性曲線表示すれば， $\zeta_{\pm} = \left(\frac{dx}{dt} \right)_{\pm} = \frac{\alpha + \beta}{2\beta} U \pm C$ ----- (3) に沿って次式が成立する(複号同順)。

$$\frac{\lambda \cos \theta}{B} \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \left(\frac{\alpha - \beta}{2\beta} U \pm C \right) \left(\frac{\beta}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} + S_f \right) = 0 \text{ ----- (4)}$$

従来，漸変流の数値解析に筆者らが用いてきた特性曲線法(以後CH法と略記)では，図-1のR点およびS点での水理量 f を， $(j+1, n)$ 点と (j, n) 点および (j, n) 点と $(j-1, n)$ 点の間の一次の内挿により求めていた。いま，近似の精度をあげ， $(j-1, n)$ ， (j, n) ， $(j+1, n)$ の三点間の二次の内挿により f_R および f_S を求めることにする。その結果，(4)式の x 方向の微分項が，差分化の段階で従来のCH法とは異ってくる。正の特性曲線 $\zeta_+ = \left(\frac{dx}{dt} \right)_+$ について，それと示せば次のとおりである。

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f_{j+1}^n - f_j^n}{\Delta x} \text{ ----- (5)} \longrightarrow \frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f_R^n - f_j^n}{\Delta x_+} = \frac{1}{2\Delta x} (f_{j+1}^n - f_{j-1}^n) + \frac{\Delta x_+}{2\Delta x^2} (f_{j+1}^n - 2f_j^n + f_{j-1}^n) \text{ ----- (6)}$$

ここで， $\Delta x_+ = \left(\frac{dx}{dt} \right)_+ \Delta t = \left(\frac{\alpha + \beta}{2\beta} U + C \right) \Delta t$ である。負の特性曲線についても同様なことがいえる。(5)式の内挿法を用いた差分式が従来の特性曲線法であり，これと一次のCH法と呼ぶことにすれば，(6)式を用いた差分式は二次のCH法と呼べよう。二次のCH法は，基礎式が線型でしかも斉次な場合，Lax-Wendroff法(LW法と略記)と一致する³⁾から，この方法は，いわば一次のCH法とLW法の中間に位置することになる。

計算条件；表-1に示すような長方形断面の一樣水路を想定し，次の条件のもとで三つの計算法(一次のCH法，二次のCH法，LW法)を用いて数値解析を行った。ただし， $\Delta x = 0.5 \text{ m}$ ， $\Delta t = 0.02 \text{ 秒}$ である。①初期条件；下流端で流量2%，水位3cmを与え不等流計算により初期値を設定する。②境界条件；図-2に示すように，上流端では流量ハイドログラフと，下流端では初期の水位がそのまま保たれるとした(これは，もちろん擾乱が下流端まで伝播しない間でのみ有効)。境界点での計

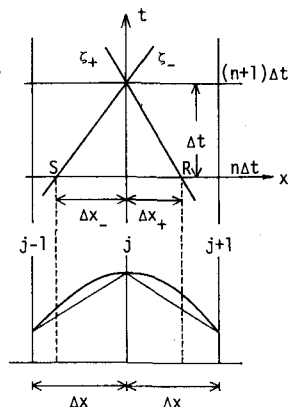


図-1

表-1 水路の諸元

全長	20.0m
水路幅	0.25m
こう配	1/500
粗度係数	0.011 s/m ^{1/3}

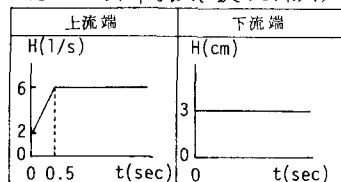


図-2

算は、二次のCH法およびLW法は適用できないので、いずれの場合も一次のCH法を用いた。計算結果：図-3は、水路中央部(下流端より10m上流の地点)での水位と流量のハイドログラフを示したものである。実線が、ここで導いた二次のCH法による計算結果であり、約3秒の周期の減衰振動を示し、次第に一定値に収束しているのが認められる。LW法(破線)の結果とよい一致を示している。一方、一次のCH法(一点鎖線)では、水位、流量とも二次のCH法による計算値の変動の中間の値となり、急な変化が分散され平滑化されていることが見られる。図-4および図-5は、三つの計算法によって得られた水面形を二つずつ示したものである。両図とも実線は、二次のCH法によって求められた水面形、破線は、

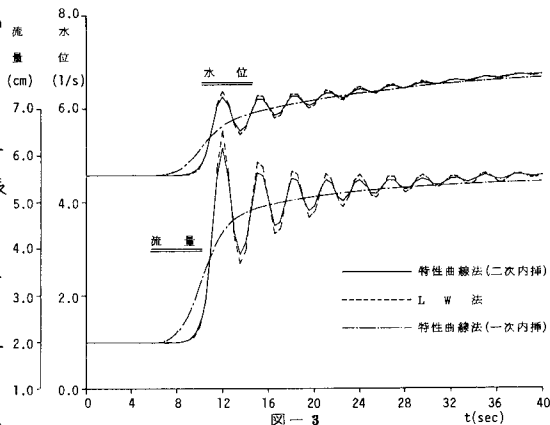


図-4がLW法、図-5が一次のCH法による水面形である。図-3より予想されたとおり図-4では、二次のCH法とLW法との水面形は、全く一致しておりほとんど相違が認められない。また図-5から一次のCH法では浪先付近での急な変化も平滑化されたまま伝播している。

5. おわりにに；以上のことから、この例で示したような洪水流より変化の急な流れに対して、一次のCH法は十分な精度を有し得ないが、二次のCH法では、LW法と同程度の精度を有す計算法と言える。LW法は精度の高いことが認められている反面、実際問題へは適用しにくい点(水路の一樣性に対する要求が強いことなど)を有している。ここで示した二次のCH法は、一樣水路に関する限り上のようにLW法と精度上ほとんど差がないので、今後断面形状やこう配の変化する一樣でない水路についても適用し検討をすすめる予定である。(参考文献)(1)多田・若佐・植村：段波の伝播特性に関する数値シミュレーションについて(2)、土木学会年次講演会、昭和57年。(2)川面・白砂：河道野水地系の洪水伝播解析、第27回水理講演会、昭和58年。(3)若佐・井上・片山：開水路非定常流の数値計算法について、京都大学防災研究所年報、1982、1774年

