

信州大学大学院 学生員 吉田宏司
 信州大学工学部 正員 富所五郎

1. はじめに・・・本研究は開水路合流部における流れ特性について、FEMを用いて数値解析をするものであり、その精度を調べるため水理実験を行ない、その結果を比較・検討し、若干の考察を行なった。数値計算は仕様の初期値から出発し、定常となる解を求めた。すなわち、定常問題を非定常解析の収束値として解析した。また、境界条件の過剰から生ずるとと思われる場所的な解の振動に対して、境界条件の変更や三角フィルターの作用などの手法によって、計算時間の短縮と十分な精度の収束解を得た。

2. 基礎方程式・FEMにより三次元解析を行なう場合、相当な計算時間と容量を要する。このため鉛直方向の流速は一定とし、合流部付近では二次元解析、それ以外の所では流れに直角方向の流速は0とした一次元解析を行なった。水平二次元不定流の基礎式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(I_x - S_x) + A_H \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad \dots (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial y} = g(I_y - S_y) + A_H \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad \dots (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial u h}{\partial x} + \frac{\partial v h}{\partial y} = 0 \quad \dots (3)$$

である。ここに、 u, v は x, y 方向の平均流速、 h は水深、 I は水路勾配、 A_H は水平渦動粘性係数、 S は底面や壁面による摩擦勾配である。また、 v に関する項を削除すれば、一次元不定流の基礎式となる。

3. 数値計算法・式(1)～(3)の離散化において、空間変数に対してガラーキンFEM、時間変数に対して差分法の一つであるTwo-Step Lax Wendroff法を用い、定常問題を非定常解析の収束値として解析した。また、式(1)や(2)の S はマンニングの粗度係数 n と流速ベクトル U と径深 R を用いて $S = n^2 U |U| / R^{4/3}$ とし、底面摩擦は全要素に、壁面摩擦は壁面を有する要素のみに作用させた。さらに、主流・支流に各々の座標を用いる事により壁面における境界条件を $v=0$ とする事ができ、スリップ速度を認め、これに伴なう合流部隅角点での流量損失の補正も行なった。また、一次元要素と二次元要素の併用に伴なう問題も解決した。その上、質量行列の逆行列を求める際には直接逆行列を求めず「行列の集中化」を採用した。これらの手法により大幅な計算時間の短縮と容量の節約を成し得た。しかし、得られ解には場所的な振動が現われ、最終的に収束しなかった。そこで原因究明のため問題を簡単化し、一次元解析で試行を繰り返した。解析例は、幅50cm、勾配1/1000、粗度0.0136の水路に流量25 l/sを流し、下流($X=0$ m)の境界条件として限界水深を与え、低下背水曲線を求めた。その結果、過剰の境界条件が原因であると、ほぼ決断付けられた。このため、境界値の変更²と三角フィルター¹⁰を作用させた。図1は一次元解析における上流境界付近の境界値変更の様子である。境界値の変更は5秒(100step)ごとに作用させてあり、次の境界値が自動的に決定されて収束して行く様子がよくわかる。これらの作用の結果、場所的な数値振動も収まり、収束時間は三分の二に短縮された。

4. 合流部解析・3の方法を用いて合流部解析を行なったが、二次元領域に作用する適当なフィルターを見い出せず、今回は一次元領域のみとした。解析例は、幅30cm、勾配1/230、全長5mの支水路が、

30度の角度で幅50cm, 勾配 $1/272$, 全長13mの主水路の中央に合流するもので粗度は0.0125で同一である。例1として総流量16 l/s , 最下流端の水深を10.3cmとした場合、図2右上の結果が得られた。図2左上の実験値と比較すると、両者はよく一致しており、測点53に対して平均で水深4.5%, 流速6.6%の誤差であった。例2として総流量17 l/s , 最下流端の水深を4.5cmとした場合、図2右下の結果が得られた。同様に比較すると、平均で水深9.0%, 流速9.6%の誤差であった。これは流速が例1の倍以上に速くなったためと、最下流端の水深が限界水深4.9cm等流水深5.1cmより下まわったために誤差が大きくなったと考えられる。よって、測定誤差などを考え合わせると、この2例とも実用上十分な精度であるといえる。なお、時間刻み幅0.05秒, 全節点数342, 全要素数476で計算時間は日立M240-Hで、例1が22分, 例2が17分を要した。

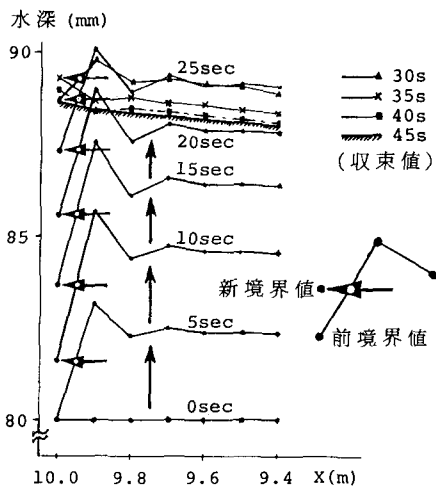


図1 境界値の変遷

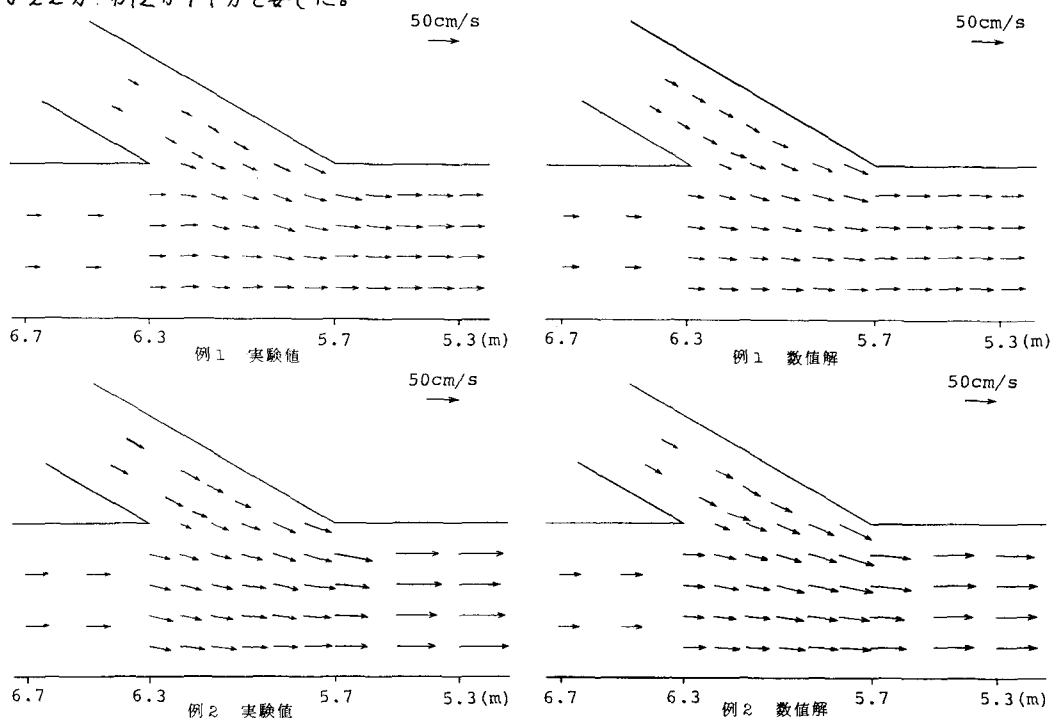


図2 合流部の流速分布

5. まとめ・・・ 以上の結果は今後、河川計画や拡散問題に十分適用できると思われる。しかし、詳細な流速分布の測定によると、合流部やその前後を問わず二次元解析領域においてでさえも、水平分布はもとより、顕著な鉛直分布が現われている。よって、2での仮定は満足されているとはいえず、今後、二次元領域に適用できるフィルターの開発とともに、形状関数に余弦関数を用いた三次元解析を推進したい。

★参考文献★

- (1) 荒木富所, 高木「FEMによる合流部の段波解析について」土木学会中部支部研究発表会概要集(1979)
- (2) 富所, 吉田「合流部の流れの数値計算法」土木学会中部支部研究発表会概要集(1982)