

(株) 神戸製鋼所 正員 福元裕彦
 “ “ 中西 宏
 “ “ 波田凱夫

1. 緒 言

近年、海洋開発に関連して各種の浮体の係留やガイドタワーのステイなど各種の用途にケーブルが用いられるようになってきた。これらのケーブルの設計においては、自重、浮力、潮流力など各種の外力を考慮する必要があり、またケーブルが緊張した状態から大きく湾曲した状態まで多様な変形挙動をなすことから、幾何学的非線形性や境界条件の経時的変化も考慮せねばならない。着者らは既に、曲線ケーブル要素を用いてこの種の構造物の静的な大変形解析を取扱ってきた。¹⁾

本研究は、このような海中ケーブルの時間領域での非線形波浪応答解析を行なったもので、そこでは流体力および構造の非線形性を厳密に評価している。(なお、本文では解析の対象をケーブルに止めているが、本研究で開発されたプログラムは任意の形態の骨組構造物に適用し得る汎用的なものである。)

2. 非線形波浪応答解析の基礎式

現在の時刻を t 、数値解析の時間刻みを Δt とすると、節変位ベクトル $\mathbf{u}$ に関するフリ合ひ式

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}^{t+\Delta t} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}^{t+\Delta t} + \mathbf{K}\mathbf{u}^{t+\Delta t} (\mathbf{u}^{t+\Delta t} - \mathbf{u}^t) = \mathbf{F}^{t+\Delta t} - \mathbf{R}^t \quad (1)$$

が得られる。記号の説明を表1に示す。なお、肩の添字はそれぞれの時刻での値を示している。ここでは、各時刻ステップで変位増分を求めるスキームを採用し、まず等価接線剛性行列、 $\mathbf{K}$ を作成する。

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}^{t+\Delta t} + a_0(\mathbf{M} + \mathbf{D}_a^{t+\Delta t}) + a_1(\mathbf{C} + \mathbf{D}_c^{t+\Delta t}) \quad (2)$$

$$\mathbf{D}_a^{t+\Delta t} = [\partial \mathbf{F} / \partial \ddot{\mathbf{u}}]^{t+\Delta t}, \quad \mathbf{D}_c^{t+\Delta t} = [\partial \mathbf{F} / \partial \dot{\mathbf{u}}]^{t+\Delta t} \quad (3)$$

$\mathbf{D}_a^{t+\Delta t}$ および $\mathbf{D}_c^{t+\Delta t}$ は時刻 $t+\Delta t$ での流体の付加質量および減衰係数行列を表わす。また $a_0 = 1/\beta \Delta t^2$, $a_1 = \delta/\beta \Delta t$ で、 Δt は時間増分、 δ および β は定数である。(逐次積分には Newmark の β 法を用いる。)

また、部材に作用する流体力は、海水中の部材の断面形寸法が波長に比べて十分小さいと仮定して、モリソン
 の式に基づいて求める。微小長さ ds の部材に作用する流体力 $d\mathbf{F}$ は次式で表わされる。

$$d\mathbf{F} = \frac{1}{2} \rho C_D u_m |u_m| D ds + \rho C_M u_m \frac{\pi}{4} D^2 \dot{\mathbf{u}} \quad (4)$$

ここに、 ρ は流体密度、 D は部材の外径、 u_m および $\dot{u}_m$ は流体粒子の部材に対する相対速度および相対加速度の部材垂直成分である。 C_D および C_M はそれぞれ抗力係数および慣性力係数である。

3. 曲線ケーブル要素の部材応力に基づく節実力¹⁾

図1に示す曲線ケーブル要素の応力に基づく節実力 R_{ex}, R_{ey}, R_{ez} ($l = i, j, k$) は、

$$\left. \begin{aligned} R_{ex} &= A \int_{-1}^1 \left\{ \sigma_0 + E \varepsilon \right\} \frac{N_x N_x^*}{J^*} d\xi \\ R_{ey} &= A \int_{-1}^1 \left\{ \sigma_0 + E \varepsilon \right\} \frac{N_y N_y^*}{J^*} d\xi \\ R_{ez} &= A \int_{-1}^1 \left\{ \sigma_0 + E \varepsilon \right\} \frac{N_z N_z^*}{J^*} d\xi \end{aligned} \right\} \quad l = i, j, k \quad (5)$$

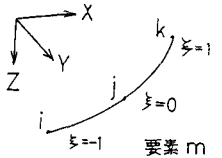


図1. 曲線ケーブル要素

で与えられる。ここに、

$$\left. \begin{aligned} J &= \{ (N_x N_m)^2 + (N_y N_m)^2 + (N_z N_m)^2 \}^{1/2}, \quad J^* = \{ (N_x N_m^*)^2 + (N_y N_m^*)^2 + (N_z N_m^*)^2 \}^{1/2}, \quad \varepsilon = J^*/J - 1 \\ N_i &= [N_i \quad N_j \quad N_k], \quad N_i = \xi - \frac{1}{2}, \quad N_j = \xi, \quad N_k = \xi + \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

σ_0 は初期応力、 E はヤング率、 x_m, y_m, z_m は初期状態の i, j, k 節実の X, Y, Z 座標値ベクトルである。同様に x_m^*, y_m^*, z_m^* は変形後のものである。

4. 分布流体力による節束力

節束力の分布流体力による節束力 F は次式によ、て求められる。

$$F = \frac{1}{2} \rho C_D D \int_1^H H_1 u_{1n}(\xi) |u_m(\xi)| J d\xi + \frac{\pi}{4} \rho C_H D \int_1^H H_1 \dot{u}_{1n}(\xi) J d\xi \quad (7)$$

ここに、補間関数 H は次式で示される。

$$H_1 = \frac{1}{2}(\xi - 1)\xi, \quad H_2 = 1 - \xi^2, \quad H_3 = \frac{1}{2}(\xi + 1)\xi \quad (8)$$

また、 F_1 および F_2 は式(7)の H_1 を H_2 および H_3 に置きかえることによ、て得られる。

5. 流体付加質量および減衰力係数行列

要素 m の付加質量行列を D_{am} 、減衰力係数行列を D_{cm} と表わすと、それぞれ次式で示される。

$$D_{am} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \dot{x}_1} & \frac{\partial F_1}{\partial \dot{x}_2} & \frac{\partial F_1}{\partial \dot{x}_3} \\ \frac{\partial F_2}{\partial \dot{x}_1} & \frac{\partial F_2}{\partial \dot{x}_2} & \frac{\partial F_2}{\partial \dot{x}_3} \\ \frac{\partial F_3}{\partial \dot{x}_1} & \frac{\partial F_3}{\partial \dot{x}_2} & \frac{\partial F_3}{\partial \dot{x}_3} \end{bmatrix} = - \frac{\pi}{4} \rho C_H D \int_1^H \left\{ B^T (E - E_0 E_0^T) B J d\xi \right\} \quad \left(B = \begin{bmatrix} H_1 & 0 & 0 & H_2 & 0 & 0 & H_3 & 0 \\ 0 & H_1 & 0 & 0 & H_2 & 0 & 0 & H_3 \\ 0 & 0 & H_1 & 0 & 0 & H_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \quad (9)$$

$$D_{cm} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \dot{x}_1} & \frac{\partial F_1}{\partial \dot{x}_2} & \frac{\partial F_1}{\partial \dot{x}_3} \\ \frac{\partial F_2}{\partial \dot{x}_1} & \frac{\partial F_2}{\partial \dot{x}_2} & \frac{\partial F_2}{\partial \dot{x}_3} \\ \frac{\partial F_3}{\partial \dot{x}_1} & \frac{\partial F_3}{\partial \dot{x}_2} & \frac{\partial F_3}{\partial \dot{x}_3} \end{bmatrix} = - \frac{1}{2} \rho C_D D \begin{bmatrix} D_{c11} & D_{c12} & D_{c13} \\ D_{c21} & D_{c22} & D_{c23} \\ D_{c31} & D_{c32} & D_{c33} \end{bmatrix} \quad \left(D_{c11} \sim D_{c33} \text{は} \right. \\ \left. D_{cij} = \int_1^H H_i H_j \left\{ |u_m| (E - E_0 E_0^T) + \frac{1}{|u_m|} u_m u_m^T \right\} J d\xi \right) \quad (10)$$

ここに、 E は単位行列、 E_0 は要素に沿う接線方向の単位ベクトルである。

6. 数値計算例

図2の係留索について、固有値解析と波浪応答解析の一例を示す。ケーブルおよび流体力係数の諸元は表2に示す通りである。

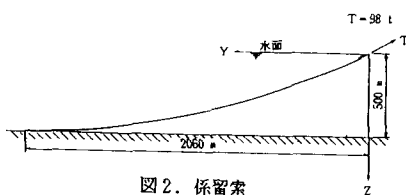


表2. 諸元	
径	0.076 m
断面積	0.0353 m ²
線密度	0.029 t/m
ヤング率	1.6×10 ⁷ t/m ²
C _a	1.0
C _n	2.0

図2. 係留索

図3に固有周期を、また図4に固有振動モードを示す。図3には直線ケーブル要素を用いた結果も併記されている。図より曲線ケーブル要素を用いれば、自由度が小さくても計算値の精度がかなり高いことがわかる。次にこの係留索に、

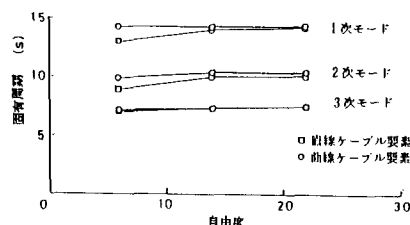


図3. 固有周期

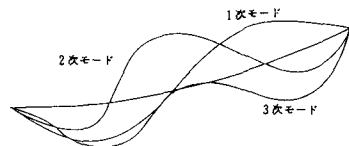


図4. 固有振動モード

波高3m、周期6秒の微小振幅波が作用した時の応答解析を行なう。ケーブルの下端はY、Z方向ともに固定、上端は波の変位と同じ強制変位を受けるものとする。解析は4要素の節束の曲線要素分割モデルについて行なわれている。図5に係留索中央でのZ方向の変位を、図6に索上端での張力変動を示す。波および強制変位の周期が5次の固有振動周期に近いので、ケーブルが共振し、応答振幅が大きくなっている。

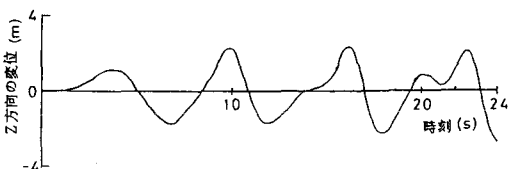


図5. 係留索中央でのZ方向の変位

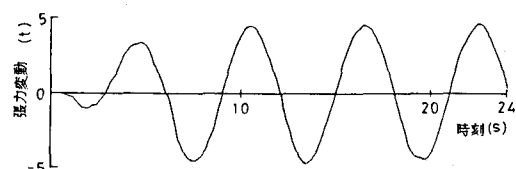


図6. 係留索上端で張力変動

7. 結 言

流体力と構造物の非線形性を厳密に考慮した骨組構造物の波浪応答解析プログラムを作成し、その応用の一例として海中ケーブルの応答解析を行なった。なお、講演の当日には各種構造物についての解析結果を示す予定である。

参考文献 ① 中面、波田：『曲線要素を用いたケーブル構造の大変形解析』、土木学会論文報告集、No 318、pp41~50、1982. 2