

1. はじめに

前回の報告¹⁾では、任意形状構造物に作用する波力をグリーン公式によって定式化する方法について述べた。これは、構造物近傍に設けた仮想境界面上で無限遠方の放射条件を満たす解析解とグリーン公式から与えられる数値解とを接続する方法である。今回はこの妥当性を簡単な数値計算例で検討した。しかし、実用化のための検討は十分とは言えず、特にこの方法ではハンケルの漸近展開を用いている都合上、仮想境界面の位置の影響が重要と思われる。本報告では、円筒および角筒に作用する波圧を厳密解および実験値と比較することにより、その影響を調べ、さらに計算時間の検討を加え実用性についての考察を行う。

2. 仮想境界面上での解の接続

一定の水深 h を有する水域に構造物があり、この構造物に角振動数 ω の微小振幅波が入射するものとし、座標系を図-1のように定める。また散乱波のポテンシャルを $\phi(r, \theta, z)$ と表す。さらに ϕ は θ に関して周期 2π の周期関数であることから次のように表す。

$$\phi(r, \theta, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \psi^{(m)}(r, z) e^{im\theta} \quad \dots\dots\dots(1)$$

いま、図-1のように構造物近傍に設けた仮想境界面上 S_L で解析解と数値解を接続するわけであるが、このとき S_L 上のポテンシャルの法線方向微分値 $\partial\phi/\partial r$ を解析解から導く必要がある。これは $\psi^{(m)}$ を用いて次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial\phi}{\partial r} \Big|_{r=l} &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\partial\psi^{(m)}(r, \theta)}{\partial r} \Big|_{r=l} e^{im\theta} \quad \dots\dots\dots(2) \\ \frac{\partial\psi^{(m)}}{\partial r} \Big|_{r=l} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2k_n^3 \int_{-h}^0 \psi^{(m)}(l, z) \cos k_n(h+z) dz}{h(k_0^2 + v^2) - v} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos^2 k_n h} \frac{dK_m^{(1)}(r)/dr}{K_m^{(1)}(r)} \Big|_{r'=k_n l} \\ &\quad + \frac{2k_0^3 \int_{-h}^0 \psi^{(m)}(l, z) \cosh k_0(h+z) dz}{h(k_0^2 - v^2) + v} \frac{\cosh k_0(h+z)}{\cosh^2 k_0 h} \frac{dH_m^{(1)}(r)/dr}{H_m^{(1)}(r)} \Big|_{r'=k_0 l} \quad \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

ただし、 $v = \omega^2/g$ 、 l は原点から S_L までの距離、 k_0, k_n は波数および固有値で、 $H_m^{(1)}, K_m^{(1)}$ はそれぞれ第1種ハンケル関数、第2種変形ベッセル関数である。いま r が十分大きいとき、 $K_m^{(1)}(r), H_m^{(1)}(r)$ に漸近級数展開を用いることができる。これによって(3)式中 $\{dK_m^{(1)}(r)/dr\}/K_m^{(1)}(r)$ および $\{dH_m^{(1)}(r)/dr\}/H_m^{(1)}(r)$ はフーリエ次数 m に無関係なものとして表され、結果として $\partial\phi/\partial r$ は $\psi^{(m)}$ を介することなく ϕ のみで表すことができる¹⁾。この仮想境界面での境界条件および自由表面 S_F 、海底面 S_B 、構造物表面 S_H の境界条件を考慮することによって ϕ を未知数とする積分方程式を得る。これについては参考文献[1]を参照されたい。

3. 数値計算例と考察

今回は円筒に作用する波圧を仮想境界面の位置を固定して計算し、厳密解²⁾との比較を行った。これによって計算値と厳密解はよく一致し、また要素分割数を増すことによって計算精度が上がる事が確認できた。そこで今回は分割要素の大きさをほぼ一定に保ちながら仮想境界面の位置を変化させて計算を行った。

図-2,3は円筒の直径 D と入射波長 L との比 D/L を0.4, 0.8とした場合の波圧分布の一例である。図中縦軸は波圧の振幅を入射波高 H_0 を用いて無次元化したもので、横軸は波が入射してくる前面を 0° としたときの偏角である。また分割要素の面積は各境界面でほぼ一定とし、要素の代表長(要素の形状を正方形とみなしたときの—

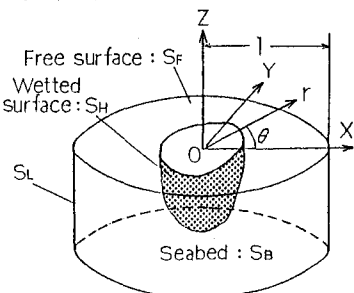


図-1 座 標 系

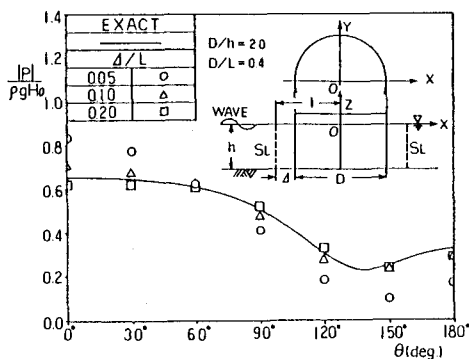


図-2 円筒の波圧 ($D/L=0.4$)

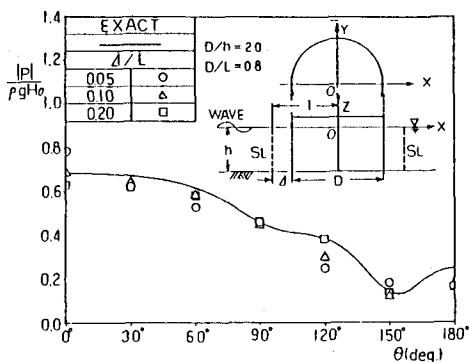


図-3 円筒の波圧 ($D/L=0.8$)

辺の長さ)を L の10分の1程度になるように分割した。また仮想境界面の位置は、円筒表面からの距離 Δ を目安に Δ/L を0.05, 0.1, 0.2の3通りに変化させて計算した。図-2, 3より、いずれの場合も Δ を大きくするに従って計算値は厳密解に近づくのがわかる。これは漸近展開を用いる際の制約条件に基づくものと考えられる。したがって、さらに Δ を大きくすることによって計算値は一定値になると思われるが、計算機容量の制約からこれ以上の計算は行わなかった。しかし、いずれにしてもこれらの図に見られるように Δ/L を0.1~0.2程度にとれば実用上の問題は無いものと思われる。

次に角筒に作用する波圧を実験値³⁾と比較した結果を図-4, 5に示す。ただし、角筒断面は正方形であり、図中の D はその一辺の長さである。また要素分割は円筒の場合と同様に要素の代表長と L との比が0.1程度になるように行い、仮想境界面は角筒の角から $0.1L$ の位置に固定して計算を行った。これらの図より角筒前面の角付近で計算値は実験値とややずれているものの、全般的には良好な一致を示しているのがわかる。

以上の計算に要した計算時間(IBM3081使用)と構造物表面を含めた境界面上の全要素分割数の関係を図-6に示す。全要素分割数に占める構造物表面の分割数の割合は、仮想境界面の位置および構造物形状によって異なるが、 Δ/L を0.1とした場合、1/3~1/5程度である。本解析法は、構造物表面のみならず自由表面あるいは海底面におけるポテンシャル値も同時に求められるため、構造物周辺の波高分布や海底地盤に作用する波圧が余分な計算をすることなく簡単に求められるという従来の特異点分布法にはない大きな特長を有しているが、図-6より、計算時間の面でも特異点分布法と比べ劣らないことがわかる。

4. あとがき

以上、いくつかの計算例によって仮想境界面の影響および計算時間について検討を行った。これによって仮想境界面を極端に構造物に近づけないかぎり、実用上十分な精度で解が得られることがわかった。また計算時間についても、構造物周辺の波高分布や海底地盤に作用する波圧まで求める場合には、従来の特異点分布法はもちろんのこと、著者らが先に発表したグリーン関数法⁴⁾に比較しても有利になっていると思われる。このことに関してはさらに詳細な検討を加えて別の機会に報告する所存である。

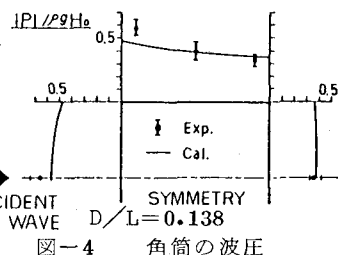


図-4 角筒の波圧

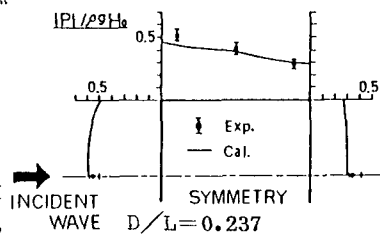


図-5 角筒の波圧

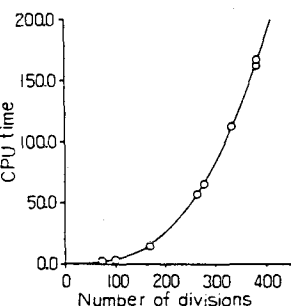


図-6 分割数と計算時間

参考文献: 1)大山 巧・清川哲志:グリーン公式を用いた任意形状構造物に作用する波力の解析,第37回年講, 2)MacCamy,R.C.&R.A.Fuchs: Wave force on piles, a diffraction theory, Tech.Memo, No.69, Beach Erosion Board, PP.1~17, 1954. 3)清川哲志・小林 浩:面対称柱体による波の散乱と波力,土木学会論文第336号,1983.8月(掲載予定), 4)清川哲志・大山 巧・小林 浩:グリーン関数法による任意形状浮体の動揺解析,土木学会論文第332号,1983.4月