II-81 地下水モデルのパラメータ同定とその運用に関する研究

運輸省 正員 山本 浩
京都大学防災研究所 正員 池淵周一
京都大学防災研究所 正員 小尻利治

1. 概要

流域の水資源を考える場合、空間的にはダム・河川などの表流水系とその下にある地下水系に大別されよう。増加する水需要に対して、これらの水資源をより高度に利用するためには、流出特性を把握した流域モデルの構成と流域内もしくは複数の流域間で効率的に利用できる有機的運用法を確立することが急務となる。そこで本研究では、近年、著しい進歩をとげた多層最適化手法（Multilevel Optimization Method；MLOM）を導入して、地下水モデルのパラメータ同定とその運用法について検討を行うものである。

2. 地下水モデルのパラメータ同定

地下水モデルとして、運用システムの確立をはかる立場より計算過程の容易な平面2次元モデルを拡張した3次元 Multicell Model(参)（MCM）を用いる。また、パラメータ同定に関しては、従来の内そう的検定法ではなく、目的関数を

$$Z = \sqrt{\sum_{r=1}^{R}\sum_{j=1}^{J}\left(h_r^o(j) - h_r^c(j)\right)^2} \longrightarrow min \qquad (1)$$

$h_r^o(j)$ ：セル r の第 j 期平均水頭（水位）の観測値
$h_r^c(j)$ ：セル r の第 j 期平均水頭（水位）の計算値
R ：セルの総数　　$\mathbb{S}$ ：貯留係数ベクトル
J ：同定期間の総数　　$\mathbb{K}$ ：透水係数・漏水係数ベクトル

とする最適化問題を考える。式(1)の目的関数は、明らかに（$\mathbb{S}$, $\mathbb{K}$）に関する多変数高次非線形問題を形成することになる。ここで、パラメータの増加に伴う計算の困難さを解決する方法としてシステムの分割と合成をはかるMLOMの導入が考えられ、次のようにして適用できる。

まず、目的関数を各セルに分割するために、(i) 透水係数・漏水係数を擬似変数化し

$$K_{re} = \tilde{K}_{er} \qquad (2)$$

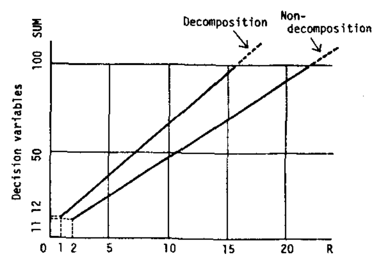
とする。また、(ii) 各セルの水位・水頭 $\mathbb{h}$ を変数化と擬似変数化し

$$\mathbb{h} \longrightarrow \tilde{\mathbb{h}} \ (\text{変数化}), \quad \tilde{h}_{rr}(j) = \tilde{h}_{er}(j) \ (\text{擬似変数化}) \qquad (3)$$

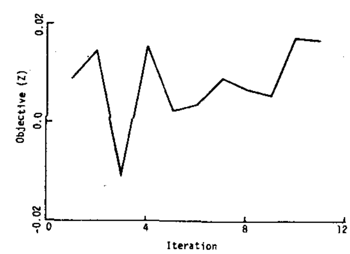
とおく。式(2), (3)より、第1段階として各セルでの最適化が行われる。ただし、擬似変数を用いたため、ラグランジェ乗数 λ が与えられており、ラグランジェ乗数の改善は第2段階で

$$\lambda^{k+1} = \lambda^{k} + STEP * \begin{bmatrix} \mathbb{K}_{re}^{k} - \tilde{\mathbb{K}}_{er}^{k} \\ \mathbb{h}_{rr}^{k} - \tilde{\mathbb{h}}_{er}^{k} \end{bmatrix} \qquad (4)$$

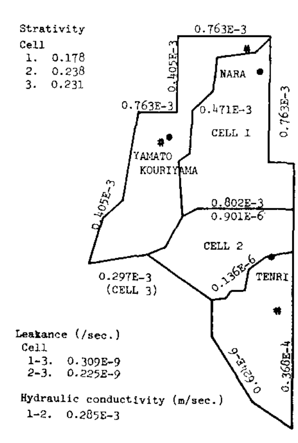
より求められる。こうして計算を繰り返し行い、全体の目的関数値が増加しなくなれば、最適解に収束したとみなされる。いま、セルを3角柱で表わしたとすると、上下2層の地下水モデルでは、河川からの浸透により



図−1



図−2



図−3

$$\mathrm{SUM}_1(J) \leq 6(J+1) \qquad (5)$$

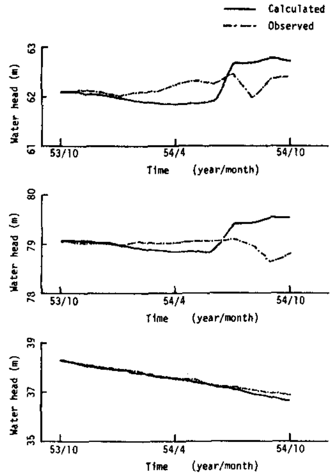
個の決定変数が必要となる。一方、分割しない場合は

$$\mathrm{SUM}_2(J) \leq \frac{9}{2}R + 2 \qquad (6)$$

の決定変数となる（図－1参照）。 したがって、同定期間が長くなると分割する本方法は計算能力が劣るが、セル数が多い場合には極めて有効な手段といえる。

3. 適用例

適用流域として、奈良盆地の北東域約108 km^2 の地域を選び、不圧層2セル、被圧層1セルより成るモデルを考えよう．パラメータはセル間の透水係数・漏水係数，境界からの透水係数、河川からの浸透係数で11個である。図－2は昭和53年11月より昭和54年1月の3か月同定における全目的関数Zの収束状況を示すもので、鞍点を中心とする振動を表わし、最小化問題の理論的収束過程に合致している。図－3は得られた同定値であり、物理的にも妥当な値を示している．図－4は図－3の同定値をもとに、昭和53年11月より昭和54年10月までのシミュレーションを行ったものである。不圧層では昭和54年8月付近に観測値と大きな相似がみられるが、これは境界流入モデルや水田などの自然涵養モデルの粗さに起因している。しかし、最終期の水頭は接近する方向にあり、水位の変動傾向を求める指標としては、十分活用できる結果であろう。

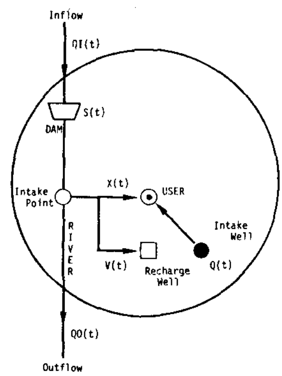


図－4

4. 河川表流水と地下水の有機的運用

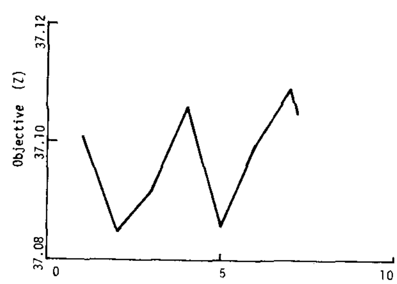
次に、図－5に示すようなダム－表流水系と地下水系の運用方法について考察しよう。運用目的には、（費用－便益）の最小化として

$$\underset{(X,V,Q,S)}{\longrightarrow \min}\ Z(X,V,Q,S) = AX^2(t)+BV^2(t)-P\left(H(0)+\sum_{j=-TB}^{t}\beta(t-j+1)\left[Q(j)-V(j)\right]\right)Q(t) \qquad (7)$$



図－5

を用いる。ここに，$X(t)$，$Q(t)$，$V(t)$，$S(t)$，$\beta(\cdot)$，TB，$H(0)$は，それぞれ、河川水の消費量，揚水量，河川水からの人工涵養量、ダムの貯水量、MCMをシミュレートして得られる線形応答関数、$\beta(\cdot)$の最大存在期間、初期地下水位であり、(i)施設能力条件、(ii)連続条件、(iii)水位条件などの制約条件が加わっている。両システムの結合変数は涵養量ならびに揚水量であるので、それらに擬似変数を導入するとシステムの分割が可能になる。すなわち、第1段階では、あるラグランジェ乗数のもとで各々のシステムの最適化をはかるとともに、第2段階では式(4)に準じてラグランジェ乗数の改善をはかる手順になる。図－6は、12か月間の任意流況を与えて最適政策を求めた収束状況である。解が初期より鞍点近傍にあり、しかも、ステップ巾が不適切なために満足いく収束が表れていないが、全体的な傾向として増加しているのがうかがえよう。



図－6

5. 結 語

今後、さらに詳細な地下水モデルの同定と実流域に即した運用モデルの構成を進めることが必要であろう。また、適用例の増加やステップ巾の決定方法などMLOMの適用限界に関しても考察していきたい。

〈参考文献〉 Dreizin, Yosef C. (2.1975); *Applications of the Superposition Approach to the Modeling and Management of Ground and Surface, Water Resources Systems Engineering Department*, Case Western Reserve University.