

まえがき

水質汚濁防止法(昭和45年)は準拠すべき水質調査方法と原則的に示しており、これに沿って、環境影響評価における水質予測計算では、河川流量として、一般にその河川の低水流量が用いられる。本研究では低水流量を母集団に対する順序統計量とみなし、その推定手法と若干の適用を試みたのでその概要と報告する。

1. 順序統計量としての低水流量

母集団の確率密度関数と $f(x)$ とすると、 n 個の標本ととり、小さいものから並べ、 $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_i \leq \dots \leq x_n$ とした場合、 i 番目順序統計量 x_i の確率密度関数 $\varphi(x_i)$ は次式で与えられる。

$$\varphi(x_i) = \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} \left[\int_{-\infty}^{x_i} f(x) dx \right]^{i-1} \cdot \left[\int_{x_i}^{\infty} f(x) dx \right]^{n-i} \cdot f(x_i) \quad (1)$$

つぎに、 x_i の真の非超過確率と $F_i = \int_{-\infty}^{x_i} f(x) dx$ とし、 x_i と F_i に変数変換するとつぎの関係となる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi(x_i) dx_i &= \psi(F_i) dF_i \\ \psi(F_i) &= \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} [F_i]^{i-1} \cdot [1-F_i]^{n-i} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$f(x)$, $\varphi(x)$ および $\psi(F)$ の対応は図-1 のようになる。

河川のある断面の日流量 x と母集団とすると、低水流量は標本サイズ $n=365$ の標本の $i=91$ 番目の順序統計量である。したがって、 x_{91} の確率密度関数は式(1)より次のように与えられる。

$$\varphi(x_{91}) = \frac{365!}{90! \cdot 274!} \left[\int_{-\infty}^{x_{91}} f(x) dx \right]^{90} \cdot \left[\int_{x_{91}}^{\infty} f(x) dx \right]^{274} \cdot f(x_{91}) \quad (3)$$

以上によつて、母集団の確率密度関数 $f(x)$ を推定するものが可能であれば、上式によつて低水流量の確率密度関数が既知となり、低水流量の各種の母数推定が可能である。

2. 実河川資料への適用

図-2 は加古川水系の志保川の御原地奥(昭和50~56年)およびその近くの西下地奥(昭和54~56年)における10年間にわたる日流量を対数確率紙に Hazen Plot したものである。小流量の領域の適合性は十分でないが、資料の全域を通じて一つの直線で近似できることがわかる。すなわち、母集団は対数正規分布しているものとみなすことができる。これを $S(U_i)$ とすると

$$S(U_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp \left\{ -\frac{(U_i - m')^2}{2\sigma'^2} \right\} \quad (4)$$

ただし、 $U_i = \log x_i$, $m' = (\sum_{i=1}^N \log x_i) / N = -0.1139$, $\sigma' = \left[\sum_{i=1}^N (\log x_i - m')^2 / N \right]^{1/2} = 0.5226$ で、 $N=3642$ である。

図-3 は資料 U_i による度数多角形で、曲線は式(4)を示す。資料は大きく散乱しているが、全範囲にわたつては、式(4)で代

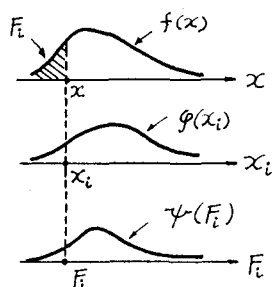


図-1 x_i の確率密度関数

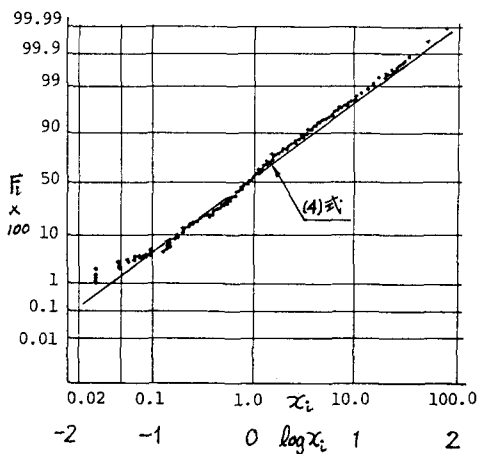


図-2 対数正規分布(Hazen Plot)

表1-3と表1-4で示すものとみなす。uとxに変換するとつぎの対数正規分布式をうる。

$$f(x) = \frac{\log e}{x\sqrt{2\pi}\sigma'} \exp\left\{-\frac{(\log x - m')^2}{2\sigma'^2}\right\} \quad (5)$$

式(5)と式(3)に代入して、低水流量の確率密度関数を求めると次式をうる。

$$\varphi(x) = \frac{365!}{90! 274!} \left[\frac{1}{2} \{1 + \operatorname{erf}(\xi)\} \right]^{90} \cdot \left[\frac{1}{2} \{1 - \operatorname{erf}(\xi)\} \right]^{274} \cdot \frac{\log e}{x\sqrt{2\pi}\sigma'} \exp(-\xi^2) \quad (6)$$

ここに、

$$\xi = \frac{\log x - m'}{\sqrt{2}\sigma'} \quad (7),$$

$$\operatorname{erf}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} \exp(-\xi^2) d\xi \quad (8)$$

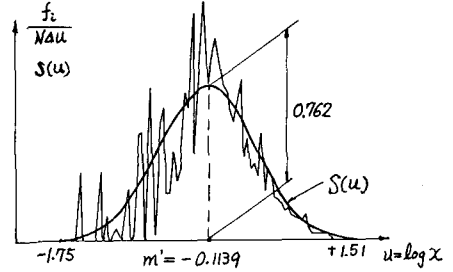


図3 uの度数多角形とS(u)

図4は母確率密度関数の(5)式および低水流量の確率密度関数(6)式の計算結果である。原データによるとxの平均値 $m = 1.56 \text{ m}^3/\text{sec}$ 、標準偏差 $\sigma = 2.96 \text{ m}^3/\text{sec}$ とする。また $\varphi(x)$ による低水流量の期待値 $\bar{m}$ および標準偏差 $\bar{\sigma}$ は

$$\bar{m} = E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \varphi(x) dx = 0.337 \text{ m}^3/\text{sec} \quad (9)$$

$$\bar{\sigma} = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{m})^2 \varphi(x) dx \right]^{1/2} = 0.029 \text{ m}^3/\text{sec} \quad (10)$$

低水流量が $\bar{m} - \bar{\sigma} = 0.308 \text{ m}^3/\text{sec}$ から $\bar{m} + \bar{\sigma} = 0.366 \text{ m}^3/\text{sec}$ の間に生起する確率Pは

$$P = \int_{\bar{m}-\bar{\sigma}}^{\bar{m}+\bar{\sigma}} \varphi(x) dx = 0.683 \quad (11)$$

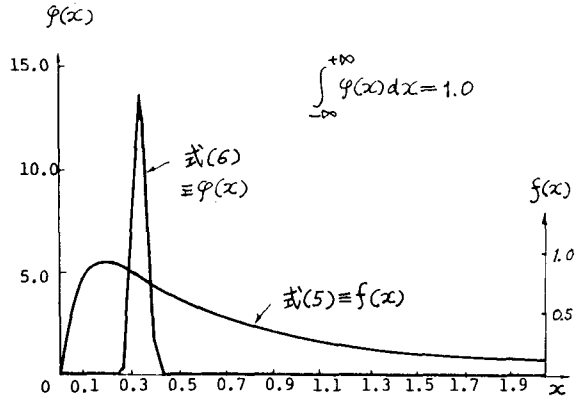


図4 x_{91} の確率密度関数

表-1の1~7列は御原地区での7年間における日流量の資料であり、表の8~10列は西下地区の3年間の資料である。各行はそれぞれの年における最大流量 x_{965} 、豊水流量 x_{271} 、平水流量 x_{181} 、低水流量 x_{91} および湯水流量 x_{11} を示す。この表によると、低水流量の910の値の平均値は0.53であり、 $\bar{m} = 0.337$ に比較してかなり大きい。これは原データの選別不良が原因の一つになっていると思われる。なお同様の順序統計量的取り扱いを最大流量、豊水量、平水流量、湯水流量についても実行可能である。とくに、最大流量についてはGumbel分布など、すでに提案されている極値分布との対比を検討していくことは興味あることであり、結果については発表時に報告する。

参考文献

1) 岩井重久、石黒政儀「応用水文統計学」、森北出版、昭和45年。

2) Charles T. Haan, Statistical Methods in Hydrology, The Iowa State University Press / Ames, 1977.

3) 杉本路典、「水質汚濁 - 現象と防止対策 -」、技報堂、1974。

表-1 特性流量による流況表

地区 流量	御原							西下		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_{965}	68.36	26.45	25.71	36.65	14.61	29.82	10.60	18.86	47.56	16.06
x_{271}	3.25	3.10	2.24	1.10	0.28	0.85	0.66	0.50	1.08	1.16
x_{181}	1.35	1.86	1.48	0.72	0.18	0.47	0.47	0.26	0.59	0.88
x_{91}	0.57	1.24	0.98	0.56		0.05	0.22	0.14	0.40	0.63
x_{11}	0.00	0.67	0.79	0.49			0.15	0.01	0.25	0.27

単位: m^3/sec