

日本大学工学部 正 員 藤 田 豊
" " 安 田 禎 輔

ま之がき 本講演会において、安田は3母数対数正規分布の母数推定法として最大値法と図心法の二つを提案した。本報においては、これらの方法とわが国の河川・水文の分野で頻繁に用いられている岩井法および修正岩井法などによる計算結果とを比較検討し諸法の適合性を調べた。

1. 標本と選択

表-1, 2は計算に使用した標本である。標本の採用にあたっては、故意に都合のよいものを選ばないように手近な参考書より任意に選んだ。

表-1は細井著河川より、表-2は高瀬著河川水文学より採用した。これらを標本I, IIとし、以後の計算では主として標本Iを採用し特に頼らないかぎり標本Iを指すものとする。

2. 母数の推定結果

表-3は母数を諸法によって推定した結果である。図心法(19)および最大値法以外は慣例に従い全標本の20%すなわち両端部から順に4対の標本を採用した。図心法(19)は計算上取り得る最大の19対、最大値法は全標本による。

図-1は諸法による母数 b を比較した

母数	岩井法(4)	同修正法(4)	図心法(4)	図心法(19)	最大値法
b	21.74	31.06	33.31	37.60	21.76
X_0	125.53	122.75	122.43	121.87	123.76
σ_0	0.1935	0.2140	0.2196	0.2311	0.1934

表-3

ものであり、横軸が標本順位、縦軸が b である。図中の柱状は岩井法による各対における母数 b_i であり、これらを平均したものが岩井法の b となる。 b および b_i が標本の下限值66.2を越えるものや負となるものは無意味であるが、諸式との比較や岩井法自身の特性を調べるために総て計算した。本図から、岩井法にお

いては13対目以上の標本を取ることは無意味で中央付近の標本には適用できないことがわかる。修正岩井法は岩井法より合理的に改良されているが、11対目以上の計算は勞散してしまい意味がない。図心法は標本の採用個数にかかわらずほぼ一定値を示し諸法に比べ最も安定している。

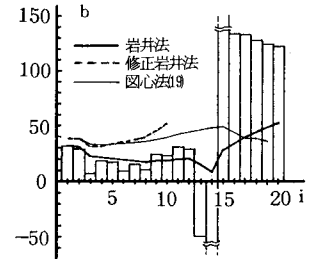


図-1

岩井法および同修正法の母数 b は標本が完全に対数正規分布に従うならば標本順位にかかわらず理論的に一定値となるはずであるが、実際にはほとんどの標本が相違にばらつくので幾つかの対に対する b_i を求めて平均することになっている。しかし標本I, IIの b_i の最大値と最小値とを比較してみれば標本Iにおいては1:4、標本IIでは1:4.3程度(表-4)と b_i は大幅にばらつき、このようなものを単に平均して b とするのはやや信頼性に不安を感じる。

i	X_s	X_L	X_s+X_L	$\frac{(X_s+X_L)}{-2X_0}$	X_sX_L	$X_sX_L-X_0^2$	b_1
1	2705	625	3330	916	1690625	233776	2552
2	2340	637	2977	563	1490580	33731	599
3	2210	683	2893	479	1509430	52581	1098
4	2100	710	2810	396	1491000	34151	862

表-4

図-2は標本順位と諸法による中央値 X_0 との関係であり、図-3は標準偏差 σ_0 との関係である。これらの図においても、図-1と同様な傾向を示し採用対数にかかわらず図心法が諸法に比べて最も安定している。

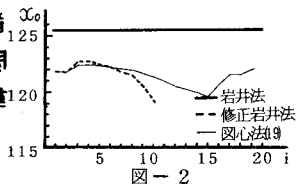


図-2

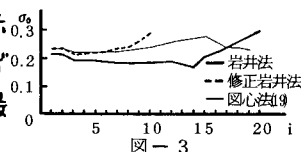


図-3

3. 頻度図と確率密度曲線

諸法による母数を基に標本を対数正規確率紙にHazen plotしてみると、いずれの場合にもほぼ直線分布している。この標本は大約対数正規分布とみなせる。

図-4, 5は階級幅30における頻度図と諸法による確率密度曲線との関係である。岩井法と最大値法、修正岩井法と図心法(4)の曲線はほぼ一致している。最頻値 x_m は岩井法、最大値法、修正岩井法、図心法(4)同法(19)の順に小さくなり、最大値 $g(x_m)$ は大きくなっている。また階級幅を30とした場合にはほぼ上記の順に適合性が良いように思われるが、階級幅を若干狭くした場合には逆の結果となる。

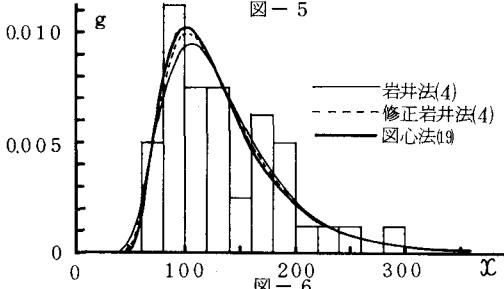
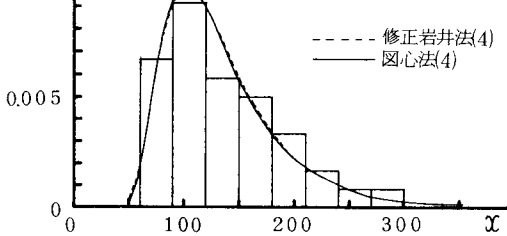
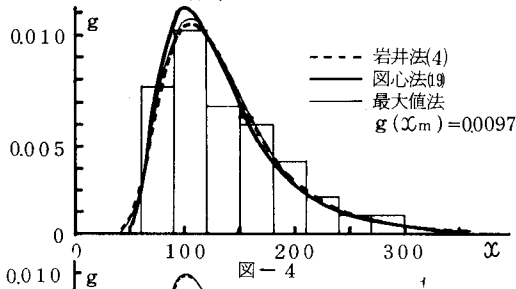


図-6は階級幅20の頻度図と諸法による密度曲線である。ただし、岩井法と最大値法、修正岩井法と図心法(4)の曲線はほぼ一致するので混雑を避けるため最大値法と図心法(4)の曲線を省略した。本図では階級幅30の場合とは逆に図心法(19)が最も適合性が良く、以下図心法(4)、修正岩井法、最大値法、岩井法の順となる。このことは階級幅を広くすればするほど頻度図は平均化され最大値付近が低くなるため極端な例を

挙げれば階級幅をRange いっぱいに取り階級幅を1個とすれば、いわゆる算術平均となり頻度図の最大値は最も低くなる。

以上のことから、階級幅を広く取った場合には見かけ上頻度図に良く適合していると思われる曲線よりむしろ最大値が頻度図の最大値よりむしろ大き目の感じる曲線の中により適合性の良い確率密度曲線が存在するものと考えられる。

4. むすび

図心法と諸法による計算結果を比較検討し諸法の適合性を調べてきたが、そのおもしろさを要約すると次のようになる。

1) 岩井法および同修正法におけるものは標本の一部より推定されるので必ずしも全標本を代表するものではない。採用標本数を増やそうとしても式の性質により中央値付近の標本に対しては計算不可能なため限界がある。

2) 一般に標本は端部ほど乱れがちなので岩井法などのように端部付近の標本のみから推定される母数には採用する標本数によりばらつき信頼性がない。

3) 標本を対数正規確率紙にHazen plotしほぼ直線分布するからといって安心できない。わずかな点のバラツキがヒストグラムに大きな影響を及ぼすことがあるので必ず頻度図と求めた密度曲線とを描き比較する必要がある。

4) 頻度図の階級幅を広く取った場合には見かけ上頻度図に良く合っているものよりむしろ最大値が頻度図の最大値よりむしろ大き目の密度曲線が適合性がよい。

5) 本稿の計算結果では図心法(19)が最も適合性が高く、以下図心法(4)、修正岩井法、最大値法、岩井法の順となる。なお、最大値法の結果が必ずしも良好でなかったのは、 $g(x_m)$ を階級幅30の頻度図より読み取ったためである。

6) 最大値法はヒストグラムなどより信頼性の高い最大値が容易に推定できる場合には有効である。

7) 図心法は全標本より母数を推定する方法であるが、必要に応じて中央値付近を重視する場合には中央値付近の標本から、極値付近を重視したい場合には極値付近の標本からの母数を推定することができると融通性がある。

(参考文献) 安田 恒輔: 3群対数正規分布の推定法, 山科, 1983