

はじめに。本報は福岡市室見川流域の貯留係数と透水量係数の野外データ解析結果と、昭和56年8月から昭和57年7月までの合計24回の実測地下水位を基に、この領域の水文地質パラメータの空間分布特性と地下水の非定常変動の推定について検討を加えたものである。

1. 対象領域の概要 図-1に領域の地質概要と揚水試験箇所(21箇所)を示す。番号は後に行うF.E.M.解析の節点番号である。図中の破線は基盤境界線で、下流側では古第三紀層が、また上流側では花崗岩が基盤を形成している。この基盤上層部は主に沖積砂レキ層になっているが、上流部では20~40m程度の風化花崗岩が存在している。詳しい地質特性については別途検討を行っている。表-1は揚水試験解析結果を示している。表中の残差 $\Delta \ln T$ は次式に示すトレンド($\langle \ln T \rangle$)からの変動分 Y である:

$$Y = \Delta \ln T = \ln T - \langle \ln T \rangle \quad \dots (1)$$

$$\langle \ln T \rangle = -8.73 + 0.477 \times 10^{-3} x + 0.494 \times 10^{-3} y - 0.654 \times 10^{-7} x^2 - 0.202 \times 10^{-7} y^2 \quad \dots (2)$$

2. Y の自己回帰モデル ここでは次式に示すように Y について2次元の確率微分方程式を考える。 a_x, a_y を回帰パラメータとして

$$a_x \partial^2 Y / \partial x^2 + a_y \partial^2 Y / \partial y^2 + \epsilon(x, y) = 0 \quad \dots (3)$$

式(3)をF.E.M.で離散化すれば $BY + \epsilon = 0 \quad \dots (4)$

ここで式(3)の $\epsilon(x, y)$ と式(4)のシステム雑音とは一応区別して式(4)の ϵ については $E[\epsilon \epsilon^T] = \sigma_\epsilon^2 I \quad \dots (5)$ を考える。

式(4)を領域内部の節点の $Y(Y_1)$ と境界上の節点の $Y(Y_2)$ とに分ける:

$$B_{11} Y_1 + B_{12} Y_2 + \epsilon_1 = 0 \quad \dots (6), \quad B_{21} Y_1 + B_{22} Y_2 + \epsilon_2 = 0 \quad \dots (7)$$

境界条件 Y_2 については観測値の有る節点には観測値を、無い節点については式(1)に示すトレンド値を与えた。式(6)より

$$Y_1 = F Y_2 + G \epsilon_1, \quad F = -B_{11}^{-1} B_{12}, \quad G = -B_{11}^{-1} \quad \dots (8)$$

このとき $E[Y_1] = F E[Y_2] \quad \dots (9)$

$$\text{cov}[Y_1] = \sigma_y^2 R = \sigma_\epsilon^2 G G^T E[(F Y_2 - F E[Y_2])(F Y_2 - F E[Y_2])^T] \\ = \sigma_y^2 F R F^T + \sigma_\epsilon^2 G G^T \sim \sigma_\epsilon^2 G G^T = M(a_x, a_y) \quad \dots (10)$$

図-2は領域の三角形要素分割である。また図-3には表-1のデータから計算した y 方向の自己相関係数を黒丸で示している。式(3)の自己回帰モデルでは Y の自己相関係数が指数関数で近似出来ることが知られているから、図中実線のように積分特性距離 l_y を種々変えて示している。図中破線は式(8)で $a_x = a_y = 0.35 \text{ m}^2$ 、また式(5)の σ_ϵ^2 を $\sigma_\epsilon^2 = \sigma_y^2 = 2.30$ として10通りの正規乱数を発生させ自己相関係数を計算したものである。黒丸点で示す実測値が変動しているので明言は出来ないが、 l_y はほぼ1~2km程度ではないかと推定される。

3. Kalman filterによる非定常地下水位および透水量係数の推定 計算のアルゴリズムについて簡単に述べると、地下水位については、 $S \partial h / \partial t = \partial (T \partial h / \partial x) / \partial x + \partial (T \partial h / \partial y) / \partial y - q(x, y) + r_1(x, y, t) + r_2(x, y, t) \quad \dots (11)$ 、ここに $q(x, y)$ はこの領域の民家の井戸の実測揚水量(福岡市水道局資料)、 $r_1(x, y, t)$ は実測減水深(福岡市水道局資料)、 $r_2(x, y, t)$ は降雨による浸透量(降雨記録の20%)である。実際の計算はF.E.M.でおこなうが、右辺外力項については

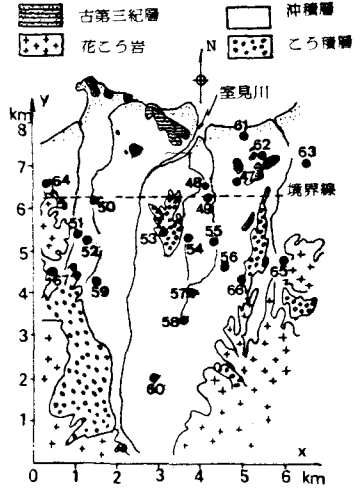


図-1 解析領域の地質概要と揚水試験箇所

表-1 揚水試験解析結果

No.	x(m)	y(m)	貯留係数 S	透水量係数 T(m ² /s)	残差 $\Delta \ln T$
47	4875	6850	1.22×10^1	5.412×10^2	0.300
48	4125	6700	4.50×10^1	3.166×10^3	-0.286
49	4150	6425	6.12×10^2	5.516×10^3	0.333
50	1300	6300	2.87×10^2	9.482×10^3	1.250
51	900	5475	1.00×10^2	4.410×10^2	0.764
52	1175	5350	1.05×10^3	1.084×10^3	1.670
53	3075	5600	8.00×10^{12}	2.000×10^1	-2.770
54	3700	5475	6.65×10^1	4.120×10^1	0.266
55	4375	5375	4.00×10^2	3.344×10^2	-2.180
56	4625	4775	2.40×10^2	5.391×10^2	0.798
57	3800	4150	7.23×10^1	5.774×10^3	1.000
58	3650	3450	2.68×10^2	3.387×10^2	0.704
59	1425	4325	3.95×10^1	8.194×10^3	1.620
60	2925	2050	5.29×10^3	8.054×10^2	-0.163
61	5050	7950	1.37×10^1	4.385×10^1	-0.094
62	5500	7475	9.92×10^2	2.973×10^2	-0.300
63	6600	7325	2.90×10^1	1.660×10^2	-0.508
64	100	6675	1.40×10^2	5.002×10^3	0.985
65	6125	5000	1.40×10^1	1.243×10^2	1.910
66	5100	4500	2.06×10^2	6.860×10^2	-1.100
67	325	4525	1.80×10^6	1.800×10^5	-4.170

unbiased variance $\sigma_y^2 = 2.30$

全節点にこの値を与え、式(1)の右辺だけから外力項の合計を逆算しておく。Kalman filterにより地下水位を予測推定するときには改めてこの外力項を入力する、のそれぞれの場合について計算を行った。現時点では①および②の外力項に検討の余地が残っており今回はとりあえず後者②の値を採用している。次にYのシステム方程式について

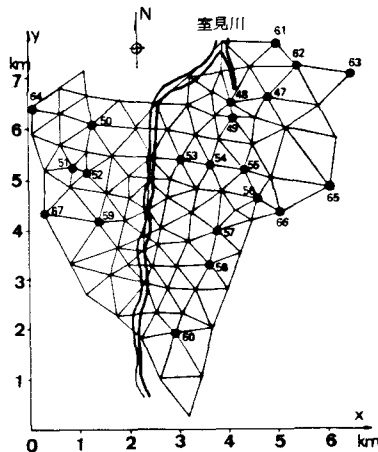


図-2 領域の要素分割

はKalman filterのアルゴリズムが利用できるように、式(3)右辺を非定常項 $A \partial Y / \partial t$ で置きかえこれをF.E.M.で離散化した式:

$$A_{11} \dot{Y}_1 + A_{12} \dot{Y}_2 = -(B_{11} Y_1 + B_{12} Y_2) - \epsilon_1 \quad \cdots (12)$$

$$A_{21} \dot{Y}_1 + A_{22} \dot{Y}_2 = -(B_{21} Y_1 + B_{22} Y_2) - \epsilon_2 \quad \cdots (13)$$

のうち式(12)を時間についてimplicit差分化した式:

$$Y_1^{v+1} = \Phi Y_1^v + \Psi + E \quad \cdots (14)$$

を用いた。ここに $\Phi = [A_{11} + \Delta t B_{11}]^{-1} A_{11}$, $\Psi = -[A_{11} + \Delta t B_{11}]^{-1} \times [\Delta t B_{12} Y_2^{v+1} + A_{12} (Y_2^{v+1} - Y_2^v)]$, $E = -[A_{11} + \Delta t B_{11}]^{-1} \Delta t \epsilon_1$, v は時間step数、 Δt は時間きざみである。Kalman filterを適用する場合には、システム方程式として式(11)のF.E.M.離散式と Y_1 についての式(14)との連立方程式を用いる。システム雑音をここでは水位については $0.1m^2$ 、式(12)の Y_1 については式(5)に示すように $\sigma_\epsilon^2 = \sigma_y^2 = 2.30$ を与えた。また観測方程式には水位および透水量係数の観測値を使った。このときの観測雑音は水位は $0.05m^2$ 、 Y_1 は 0.230 とした。図-4および図-5には水位と Y_1 の推定誤差共分散の分布を示して、当然のことながら観測点の近傍ではこれらの値は小さい。次に図-6には水位の最終観測時点(1982年7月30日)の水位分布(実線は観測値、破線は推定値)を示しているが、今回は外力項として前述の②を用いたため、比較的良く推定されている。しかし各節点の水位変化の実測値、1ステップ先の予測値、イノベーションによる推定値を詳しく比較検討すると、例えば節点50では実測値がほぼ $2m50cm$ に対し推定値が $4m60cm$ 程度になっている場合もあり、今後外力項の評価の検討が必要と考えられる。

4. 結び 本報では一応実際のデータを対象に解析を行ったが、相関構造について検討の余地が残っている。今後トレンド式についての再吟味を含めて、推定精度の評価を検討したい。

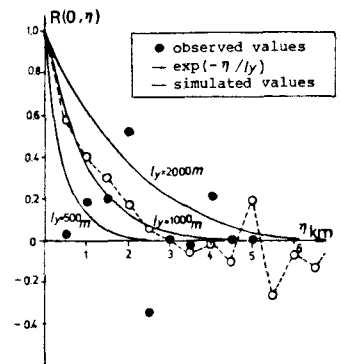


図-3 y方向の自己相関係数

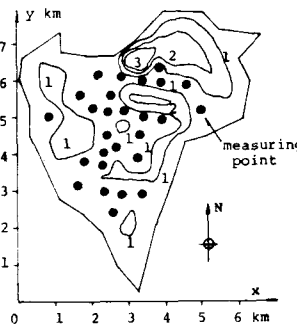


図-4 水位の推定誤差分散の分布 ($\times 0.01m^2$)

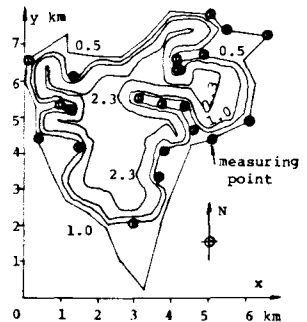


図-5 Y_1 の推定誤差分散の分布

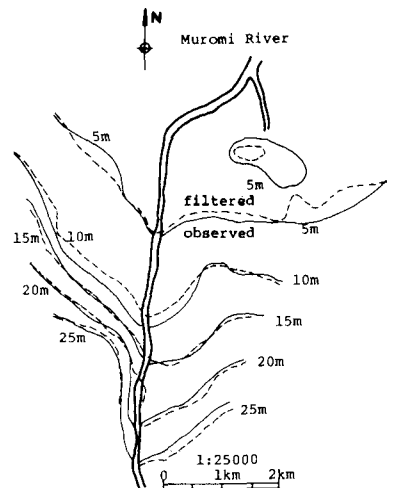


図-6 水位分布の推定結果(1982.7/30)