I-422 位相の非定常性を考慮した非定常スペクトル解析法について

○大阪大学大学院 正会員 藤原 豪紀
大阪大学工学部 正会員 小松 定夫
広島工業大学工学部 正会員 中山 隆弘

1. まえがき

地震動は、時間とともに変化する周波数特性および振幅特性ならびに位相特性をもっている。そのために、従来、地震動に対するスペクトル解析においては、非定常なスペクトル特性を把握するために、 Evolutionary Spectrum, Physical Spectrum 等の非定常スペクトル理論を用いて、非定常スペクトル解析が行なわれてきた。例えば、Evolutionary Spectrum に関する亀田の研究[1]、 Physical Spectrumに関する星谷の研究[2]などがある。本研究においては、地震動に含まれる位相の非定常性を考慮に入れて非定常スペクトルを解析することにする。なんとなれば、地震動の発震機構や伝播特性を地震動記録より検討する場合に、記録のもつ情報をあらゆる因子を含めて正確に把握する必要があると考えられる。従って、従来無視されてきた位相の非定常性を考慮できる非定常スペクトル解析法を開発する必要があると考えたからである。そこで、具体的には、 Evolutionary Spectrum の理論に基づいて、これに、Complex Demodulation 法[3]を適用して、非定常スペクトルおよび位相の非定常性を考慮できる非定常スペクトル解析法を定式化する。そして、この解析法を実際の地震動記録に適用して、その非定常スペクトルおよび非定常性を含む位相を求め、さらに、両者の結果を用いて波形を再合成し、再合成波形と原波形との比較によって、本解析法を用いて、地震動の非定常性が十分把握できることを示す。また、(I) 位相を考慮、(II) 位相を無視の2つの再合成波形を原波形と比較して、位相を考慮することの重要性を示す。さらに、両者により応答スペクトルを求めて位相が構造物の応答に与える影響を考慮する。

2. 定式化

2-1. Complex Demodulation 法 ： C.D.法は、通信工学の分野においてヘテロダイン法として知られている手法である。まず、時間的に変動する位相 $\theta(t)$ を含むデータ $x(t)$ を考える。

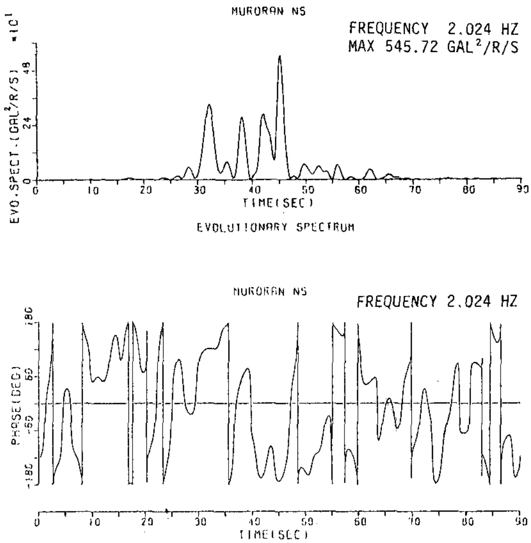

図1 非定常スペクトル，位相(2.024Hz)

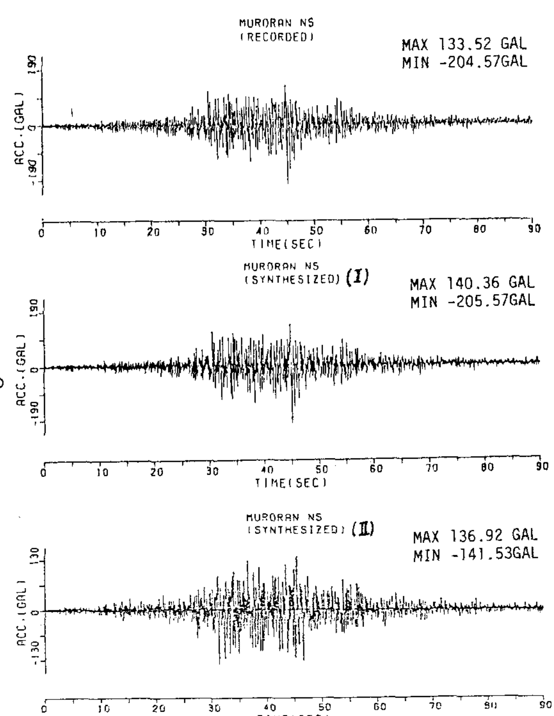

図2 原波形、再合成波形(I)，(II)

$$x(t)=a(t)\cos(\omega_0 t+\theta(t)) \qquad (1)$$

式(1)を変形し、ローパスフィルター処理Fを施すと、包絡線 $a(t)$、位相 $\theta(t)$ は以下のように算出できる。

$$\left.\begin{aligned} p(\omega_0,t)&=F(x(t)\cos\omega_0 t)=\frac{1}{2}a(t)\cos\theta(t)\\ q(\omega_0,t)&=F(x(t)\sin\omega_0 t)=-\frac{1}{2}a(t)\sin\theta(t)\end{aligned}\right\}(2)$$

$$\left.\begin{aligned} a(t)&=4[p(\omega_0,t)^2+q(\omega_0,t)^2]^{1/2}\\ \theta(t)&=-\tan^{-1}(q(\omega_0,t)/p(\omega_0,t))\end{aligned}\right\}(3)$$

2−2. 非定常スペクトルおよび非定常性を含む位相

非定常不規則過程 $X(t)$ は、Priestleyによると次式のように定義される。

$$X(t)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{i\omega t}A(t,\omega)dX(\omega) \qquad (4)$$

ここで、$A(t,\omega)dX(\omega)=dF(t,\omega) \qquad (5)$

とおき、$X(t)$：実過程の条件を用いて変形すると、

$$X(t)=\sum_{i=1}^{\infty}R_{\omega_i}(t)\cos(\omega_i t+\phi_{\omega_i}(t)) \qquad (6)$$

今、$X(t)$ に中心周波数 ω_j の狭帯域フィルター処理を施し、(6)式の第j項に対してC.D.法を適用すると、$R_{\omega_j}(t)$、$\phi_{\omega_j}(t)$ が算出できる。

ここで、$f(t,\omega)d\omega=E[2|dF(t,\omega)|^2]=E[R_\omega(t)^2] \qquad (7)$

とおくと、$f(t,\omega)$(片側)非定常スペクトルである。また、$\phi_{\omega_j}(t)$ が時間とともに変化する位相である。

3. 数値計算

十勝沖地震1968室蘭NS成分に対して、数値計算を行なった。数値計算に用いたバンドパス、ローパスフィルターには、Ormsbyのフィルターを利用した。周波数帯域0.1〜10Hzを15区間に分割して、15個の中心周波数に対する非定常スペクトル、位相を求め、さらに、式(6)を用いて波形を再合成し一方、式(6)の位相の項を無視して再合成波形を作成した。また、原波形、再合成波形(I),(II)に対して、フーリエスペクトル、応答スペクトルを求めた。

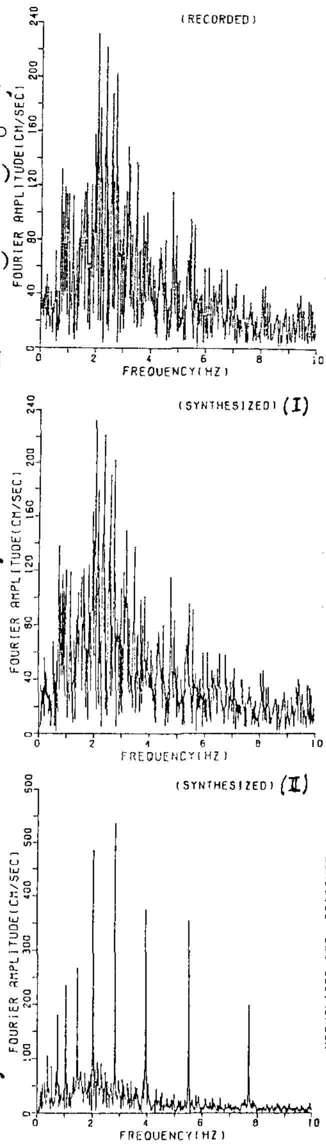

図3 フーリエスペクトル

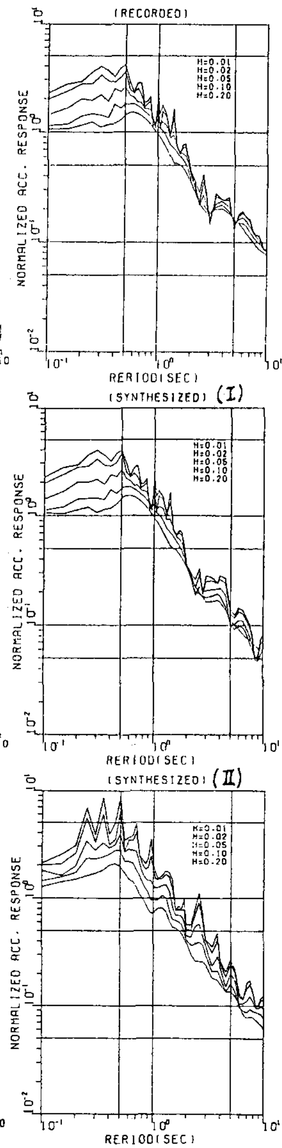

図4 応答スペクトル

4. 数値計算結果および考察

図1に非定常スペクトルおよび位相の1例(中心周波数2.024Hz)を示す。位相は紙面の都合上(-180°〜180°)の範囲に作図してある。図2〜図4に、原波形、再合成波形(I),(II)応答スペクトル、フーリエスペクトルを示す。図2より、再合成波形(I)は、ピーク値、時刻歴とも非常によく原波形に一致していることがわかる。また、フーリエスペクトル、応答スペクトルについても図3、図4より同様のことがいえる。これに対して、再合成波形(II)によれば、時刻歴、フーリエスペクトルおよび応答スペクトルのいずれも原波形に対するそれらと比べ極めてゆがんだものとなっていることが認められる。特に非定常性をもつ位相は狭帯域の特性をもつ系に対しては、無視できないことがわかる。

〈参考文献〉(1)亀田：土木学会論文報告集、235号、pp55−62、1975−3 (2)星谷他：土木学会論文報告集、245号、pp51−58 1976−1 (3)Granger,G.W.J.: Spectral Analysis of Economic Time Series, 1964