

(株) 神戸製鋼所 正員 頭井 洋
〃 〃 新家 徹

1 まえがき

円筒タンクの耐震設計において容器と液体との連成効果は重要な問題でありこれまでも数多くの研究がなされている。それらのほとんどは容器を真円と仮定しており振動モードの直交性から水平地震動により周方向1次モードのみが励起されることになる。ところが¹⁾模型タンクの加振実験や実タンクの振動計測により²⁾壁面初期不整に起因すると考えられる周方向高次モードいわゆる花びら型の振動が励起することが知られている。特に Clough らは大型の模型タンクの地震液加振実験を行い、液深とタンク直径との比が小さいタンクでは花びら型の振動が大きく励起され耐震設計の上からも重要な意味をもつという報告をしている。¹⁾この方面のこれまでの解析的研究として、高さ方向に一様周方向に $\cos n\theta$ 分布する壁面初期不整を仮定し有限要素法により花びら型振動の応答を論じた Haroun らの研究がある。²⁾Haroun らの研究では花びら型振動の応答性状として変位について若干の検討がなされているだけで応力についてはふれられておらずなお多くの研究を要するところと思われる。著者は先に周方向初期膜力を考慮した容器液体連成系の固有振動解析について報告し、周方向高次モードでは初期膜力の影響が大きいことを明らかにした。本文はこれを発展させて任意の壁面初期不整を有する円筒タンクの地震応答解析を行い、花びら型振動の応答性状について³⁾検討を加えたものである。

2 理論解析

本文では先に報告した壁面に初期不整がない場合の固有振動解析³⁾より得られる固有振動数、振動モードとあらたに導いた壁面に初期不整を有する場合の動液圧を振動モードの関数として表示したものとを Lagrange の運動方程式に代入して地震応答の計算式を導く。固有振動解析については、文献3)で報告しているのでその詳細は省略するが、解法に伝達マトリクス

法を用いており境界条件を厳密に満足する変位と応力の振動モードが同時に得られる。計算結果を KANA の実験値と比較して両者がよく一致することを確認している³⁾。以下、壁面に初期不整を有する場合の動液圧計算式および地震応答解析について述べる。

壁面に初期不整を有する場合の動液圧

図1に座標系 図2にタンク諸元を表わす記号を示す。壁面の初期不整を含むタンク半径は、平均半径を a_0 として次のように表わされる。

$$a = a_0 \cdot (1 + \sum_{n=1}^{\infty} E_n \cdot f_{an}(x) \cdot \cos n\theta) \quad \text{----- (1)}$$

第2項が初期不整を表わし、 $E_n \ll 1$, $|f_{an}(x)| \leq 1$ である。応答解析を周方向各次モードの重ね合せで行うため式(1)の右辺第2項のうち n 次成分のみをとり出し半径 a を次のように表す。

$$a = a_0 \cdot (1 + E_n \cdot f_{an}(x) \cdot \cos n\theta) \quad \text{----- (2)}$$

壁面初期不整が式(2)の右辺第2項で表わされるとき速度ポテンシャル $\phi(r, \theta, x, t)$ は以下の境界条件を満足する。

$$x=0 \text{ で } \partial \phi(r, \theta, x, t) / \partial x = 0 \quad \text{----- (3)}$$

$$x=H \text{ で } \partial \phi(r, \theta, x, t) / \partial x = 0 \quad \text{----- (4)}$$

$$r=a \text{ で } \partial \phi(a, \theta, x, t) / \partial r = \dot{\gamma}_s(\theta, x, t) \quad \text{----- (5)}$$

式(5)では壁面初期不整を含むシェル側板の外向き法線ベクトルで、 $\dot{\gamma}_s$ は側板の r 方向速度成分を表わす。 $E_n \ll 1$ より1次のパータベーション法を適用し E_n の2次以上の高次項を省略すると速度ポテンシャルは最終的に次のように得られる。

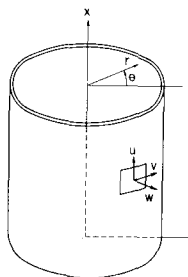


図1 座標系

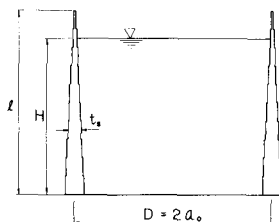


図2 タンク諸元

$$\phi(r, \theta, x, t) = \phi_0(r, \theta, x, t) + \epsilon \pi \cdot \phi_1(r, \theta, x, t) \dots (6)$$

$$\phi_0(r, \theta, x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(t) \cdot I_n(\lambda_n r/H) \cdot \cos(\lambda_n x/H) \cdot \cos \theta \dots (7)$$

$$A_n(t) = \{2 \int_0^H (\ddot{u}_g + \ddot{w}_i) \cdot \cos(\lambda_n x/H) dx\} / \{H \cdot I_n'(\lambda_n a/H)\} \dots (8)$$

$$\phi_1(r, \theta, x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n(t) \cdot I_{n+1}(\lambda_n r/H) \cdot \cos(\lambda_n x/H) \cdot \cos(n+1)\theta$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{B}_n(t) \cdot I_{n+1}(\lambda_n r/H) \cdot \cos(\lambda_n x/H) \cdot \cos(n+1)\theta \dots (9)$$

$$B_n(t) = 2l \left[\sum_{j=0}^{\infty} A_j(t) \cdot F_{ij}(\lambda_n, \lambda_j, f_{an}(x), n) / C_i(\lambda_n, n, \dot{u}_g, \dot{v}_i) \right] \dots (10)$$

$$\tilde{B}_n(t) = 2l \left[\sum_{j=0}^{\infty} A_j(t) \cdot \tilde{F}_{ij}(\lambda_n, \lambda_j, f_{an}(x), n) / \tilde{C}_i(\lambda_n, n, \dot{u}_g, \dot{v}_i) \right] \dots (11)$$

ここに、 $\lambda_n = (n+1/2)\pi$ 、 $I_n(\lambda_n r/H)$ は n 次の第1種変形 Bessel 関数である。式(6)の ϕ_0 は初期不整がない場合の速度ポテンシャルで式(7)より与えられる。 ϕ_1 は初期不整による付加的な速度ポテンシャルで式(9)より与えられる。式(10)、(11)の $F_{ij}(\lambda_n, \lambda_j, f_{an}(x), n)$ 、 $C_i(\lambda_n, n, \dot{u}_g, \dot{v}_i)$ 等は $\lambda_n, \lambda_j, f_{an}(x), n, \dot{v}_i$ 等の関数である。式(9)より初期不整 $\epsilon \pi \cdot f_{an}(x) \cdot \cos n\theta$ により生じる速度ポテンシャル ϕ_1 は $\cos(n-1)\theta$ 成分と $\cos(n+1)\theta$ 成分とを有することがわかる。また式(8)、(10)、(11)で $\dot{w}_i$ 、 $\dot{v}_i$ は周方向1次モードの法線方向速度、接線方向速度を表している。また $\dot{u}_g$ は地動速度を表している。動液圧 $p(r, \theta, x, t)$ は次式より得られる。

$$p(r, \theta, x, t) = -\rho \cdot a \phi(r, \theta, x, t) / \partial t \dots (12)$$

ここに、 ρ は液体の密度を表す。式(6)~(12)より壁面初期不整により励起される周方向高次モードの動液圧は、地動加速度 $\ddot{u}_g$ に比例する成分と周方向1次モードの応答加速度 $\ddot{w}_i$ 、 $\ddot{v}_i$ に比例する成分よりなることがわかる。

地震応答解析

式(2)で与えられる壁面初期不整を有する円筒タンクに水平地震動が作用する場合の側板円筒シェルの変位応答値が、初期不整がない場合の連成系の振動モード $(f_k^*)_{KS}$ を用いて次式で表示できるとする。

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} (f_k^*)_{KS} \cdot v_{KS} \cdot \cos k\theta \\ v &= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} (f_k^*)_{KS} \cdot v_{KS} \cdot \sin k\theta \\ w &= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} (f_k^*)_{KS} \cdot v_{KS} \cdot \cos k\theta \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

ここに v_{KS} は周方向 k 次高次方向 s 次的一般座標である。式(13)より周方向1次モードの応答加速度 $\ddot{w}_i$ 、 $\ddot{v}_i$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{v}_i &= \sum_{s=1}^{\infty} (f_2^*)_{1S} \cdot \ddot{v}_{1S} \\ \ddot{w}_i &= \sum_{s=1}^{\infty} (f_3^*)_{1S} \cdot \ddot{v}_{1S} \end{aligned} \right\} \dots (14)$$

式(14)を式(6)~(12)に代入して動液圧を周方向1次の振動モード、一般応答加速度で表わし、これと式

(13)より系の運動エネルギーおよび一般力を求め Lagrange の運動方程式に代入すると最終的に次の地震応答に関する基礎式が得られる。

$$\ddot{v}_{1S} + 2L_{1S} \omega_{1S} \dot{v}_{1S} + \omega_{1S}^2 v_{1S} = -(\beta_p)_{1S} \cdot \ddot{u}_g \dots (15)$$

$$\ddot{v}_{n+1S} + 2L_{n+1S} \omega_{n+1S} \dot{v}_{n+1S} + \omega_{n+1S}^2 v_{n+1S} = -(\beta_p)_{n+1S} \ddot{u}_g - \sum_j (\beta_p)_{n+1S} \ddot{v}_{1j} \dots (16)$$

$$\ddot{v}_{n+1S} + 2L_{n+1S} \omega_{n+1S} \dot{v}_{n+1S} + \omega_{n+1S}^2 v_{n+1S} = -(\beta_p)_{n+1S} \ddot{u}_g - \sum_j (\beta_p)_{n+1S} \ddot{v}_{1j} \dots (17)$$

ここで $(\beta_p)_{1S}$ 、 $(\beta_p)_{n+1S}$ 等は刺殺係数である。式(15)~(17)を与えられた地動加速度に対し解けば、式(13)より変位の応答値が求まる。応力の振動モードが得られているので同時に応力の応答値も求められる。壁面初期不整が式(11)で与えられる場合は、式(11)の周方向各次ごとの初期不整に対し式(16)、(17)を解きそれらを重ね合わせばよい。

3 数値計算

表1に Clough の実験値との比較を示す。模型諸元は $D \approx 3.7m$ 、 $l \approx 1.8m$ 、 $H \approx 1.4m$ の扁平なタンクで入力地震波は El Centro 波と相似則から時間軸に $\sqrt{3}$ 倍したものである。実験結果によると上端変位 w 、下端軸方向膜力 N_x ともに花びら型

表1 Clough 実験値との比較
Clough Exp. Model Broad Tank $a=1.83m$ $H=1.43m$

Calcu. Values		W Top Rim	N_x Base	S_x Base
		1.14 mm	89.3 N/cm	—
E: cos 5 θ	K=1	0.18	35.6	103.5 N/cm
	K=4	0.11	11.4	5.5
	K=6	0.01	0.8	0.2
E: cos 7 θ	K=6	0.30	19.6	5.3
	K=8	0.04	1.8	0.3

Input Acc. 1.73 x EL Centro NS 1940
($\ddot{u}_g$)_{max} = 0.5 g $\epsilon = 0.01$

振動が卓越している。表1の実験値は、各次モードを含む応答の最大値を示している。文献1)では初期不整の詳細なデータは与えられていないが、 $\epsilon = 0.01 \sim 0.02$ であったと推定されている。表1では、 $\epsilon = 0.01$ とし、初期不整を $\epsilon \cdot \cos 5\theta$ とした場合と $\epsilon \cdot \cos 7\theta$ とした場合を示している。 w 、 N_x ともに花びら型振動モードの計算応答値は、かなり大きくなっており、実験結果を裏づけるものとなっている。その他の計算例については講演会当日報告する予定である。

参考文献

- 1) Clough D.P. 他2名, Proc. ASCE Vol.105, No. ST12, 1979
- 2) Haroun M.A., EERL 80-04, 1980
- 3) 頭井, 新家, 土木学会講演会根拠要集, 1981