

防衛大学校工木工学教室 学生員○香月 智

正員 佐藤絢志

正員 石川信隆

**1. 緒言** 近年、埋設管路の耐震性評価において、管体に弾性限度を越えた変形やひずみを許す方向になってきており、その一つの現われとしてガス導管耐震設計指針では、高圧ガス導管に対してひずみ $1\%$ の基準を提示している。設計面ではこのように管体に塑性変形を容認する方向に向っているが、理論面ではこれを考慮した解析手法が未だ十分に確立されていないようと思われる。本研究は、このような観点から、任意の地盤変形を受ける埋設曲管路を対象とした弾塑性解析法の開発を試みたものである。すなわち、解析モデルとして曲管部を有する次元埋設鋼管路を取り上げ、ある強制的な増分地盤変形を受けるときの管路-地盤系の初期降伏時から系全体としての最大変形が得られるまでの、いわゆる弾塑性挙動を線形計画法(LP)を利用して増分解析により逐次追跡するものである。なお、解析に当て単純塑性理論と応答変形法による仮定を用いるほか、1) 管路および地盤は、図-1のような有限個のバネ付き要素に置換できるものとする。2) 管体の曲げ( $M$ )と軸力( $N$ )による降伏条件は、図-2に示すように鋼管に対する $M-N$ 曲線を線形近似して用いる。3) また地盤バネの管軸直角方向および管軸方向の挙動はそれぞれ図-3(a)および図-3(b)のような弾塑性モデルとする。4) 地盤変位は擬似静的に比例増加するものとする。

**2. LPによる埋設管路の弾塑性解析法** まず埋設管路の弾塑性解析に必要な基本的条件を既存の骨組構造の場合を拡張して表示すると表-1に示すようになる。すなわち、式(1)は構造全体のフリッカ式( $E$ )を、式(2)は変形適合条件式( $C$ )を、式(3a)は要素内力 $\Delta Q$ と弾性内変形 $\Delta \epsilon^e$ との関係式( $H$ )を、また式(3b)は要素内変形 $\Delta \epsilon$ が弾性内変形 $\Delta \epsilon^e$ と塑性内変形 $\Delta \epsilon^p$ との和になることを、さらに式(3c)は塑性内変形 $\Delta \epsilon^p$ が塑性乗数入の関数となることを示している。次に式(4a), (4b)は管要素および地盤バネの降伏条件を、式(5a, b), (5c, d)は管要素および地盤バネの塑性流れ条件を意味し、式(5b, d)は除荷(unloading)の影響を考慮している。

ただし、 $C_A, C_S$  ( $\leftarrow C_{SA}$ ) はそれぞれ管要素、地盤バネに関する適合マトリックス；

$\Phi_A, \Phi_S$  = 管要素の断面力ベクトルおよび地盤バネの地盤反力ベクトル；

表-1 基本的条件

地盤バネの地盤反力ベクトル； $\lambda_A, \lambda_S$  = 管要素および地盤バネの塑性乗数ベクトル；  
 $u_A, u_S$  = 管路の節点および地盤の節点変位ベクトル； $F_A, F_S$  = 管路の節点および地盤バネに作用する外力荷重ベクトル；  
 $R_A, R_S$  = 管路および地盤バネの集合剛性マトリックス； $Z_A, Z_S$  = 管要素および地盤バネの要素内変形ベクトル； $\Lambda_A, \Lambda_S$  = 管要素の降伏凸凹面体および地盤バネの降伏線の単位外向き法線マトリックス；  
 $Q_{AP}, Q_{SP}$  = 管要素の降伏凸凹面体および地盤バネの降伏線までの距離を示すベクトル(塑性容量ベクトル)； $\Phi_A, \Phi_S$  = 管

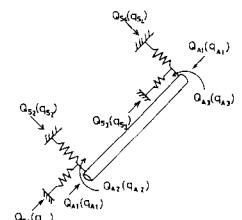


図-1 地盤バネ付き要素モデル

$$(1) \quad \begin{bmatrix} C_A & C_S \\ 0 & C_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_A \\ \Delta Q_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta F_A \\ \Delta F_S \end{bmatrix}$$

$$(2) \quad \begin{bmatrix} C_A & 0 \\ C_S & C_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_A \\ \Delta u_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta q_A \\ \Delta q_S \end{bmatrix}$$

$$(3a) \quad \begin{bmatrix} \Delta Q_A \\ \Delta Q_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_A & 0 \\ 0 & k_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \epsilon^e \\ \Delta \epsilon^p \end{bmatrix}$$

Where  
 $\Delta \epsilon^e = \Delta \epsilon_A^e + \Delta \epsilon_S^e$   
 $\Delta \epsilon^p = \Delta \epsilon_A^p + \Delta \epsilon_S^p$

$$(3b) \quad \Delta \epsilon_A^e = N_A \cdot \Delta \lambda_A$$

$$(3c) \quad \Delta \epsilon_S^p = N_S \cdot \Delta \lambda_S$$

$$(4a) \quad \Phi_A = \Phi_A^e + \Delta \Phi_A^p \leq 0$$

$$(4b) \quad \Phi_S = \Phi_S^e + \Delta \Phi_S^p \leq 0$$

Where  
 $\Phi_A^e = N_A^T Q_A - Q_{AP}$   
 $\Phi_S^e = N_S^T Q_S - H_S \lambda_S - Q_{SP}$

$$(4c) \quad \Delta \Phi_A^p = N_A^T \Delta Q_A$$

$$(4d) \quad \Delta \Phi_S^p = N_S^T \Delta Q_S - H_S \lambda_S$$

$$(4e) \quad \Delta \Phi_A^p \cdot \Delta \lambda_A = 0, \Delta \Phi_S^p \cdot \lambda_S = 0$$

$$(4f) \quad \Phi_A^e \cdot \Delta \lambda_A = 0, \Phi_S^e \cdot \lambda_S = 0$$

$$(5a) \quad \Phi_A \cdot \Delta \lambda_A = 0, \Delta \Phi_S^p \cdot \lambda_S = 0$$

$$(5b) \quad \Phi_S \cdot \lambda_S = 0, \Delta \Phi_A^p \cdot \Delta \lambda_A = 0$$

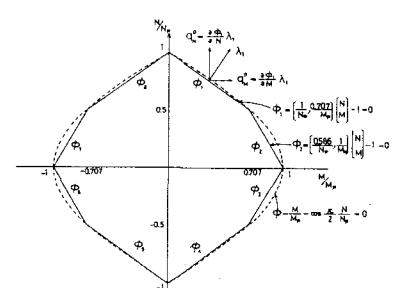


図-2 管要素の降伏条件

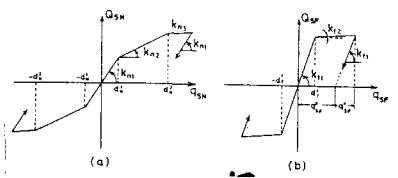


図-3 地盤バネ挙動 (a) 管軸直角方向 (b) 管軸方向

要素および地盤バネの降伏関数ベクトル； $H_5$ ＝地盤バネのひずみ硬化を示すマトリックス； なお、 $\Delta$ は増分量を、 $-(\bar{\nu})$ は前段階の既知量を、添字A, Sは管要素および地盤バネをそれぞれ示す。表-1の基本的条件は、ある地盤変位増分 $\Delta\lambda$ ・ $\Delta\lambda_S$ の間に對して成立するので、 $\Delta\lambda$ を最大化させることによって各要素間の降伏を追跡することが可能となる。よって、式(3b), (3c)を式(1), (2), (3a)に代入すれば、変形法に基づく埋設管路の弾塑性増分解析の基本式が表-1のようないわゆるLP問題として定式化される。なお、表-1において目的関数と式(6b)の左辺第3項および式(6c)～(6h)を取り除き  $\Delta\lambda = 1$  とおけば通常の応答変位法に基づく弾性解析の基本式となる。表-1はLPのシンプレックス法を用いて解くことができ、これより前段階の値の増分値を加えることにより表-3のように現段階の値が得られる。

### 3. 数値計算例

いま 図-4に示す埋設曲管路モデルに対する弾塑性解析を行ない管路-地盤系の弾塑性挙動を考察する。地盤変位としては、正弦波の波( $U_s = d \sin 2\pi \cdot Z/l$ ,  $l=100m$ )が第1要素に対して45°の入射角で作用するものとした。図-5は弾塑性解析の結果の一部を示したもので、数字は管要素の降伏した順番を示している。この管路系の場合には、 $d=12.2$ のとき固定端①が降伏し、引き続き $d=21.8$ のとき固定端②が、さらに $d_{max}=33.7$ のとき曲管部に降伏(③)が生じている。一方地盤バネは、管軸方向はすべて降伏しているが、管軸直角方向は曲管部のみ降伏している。図-6(a), (b)は管路の各節点の変位 $U_{Ax}$ ,  $U_{Ay}$ をそれぞれ、矢印方向に展開したものである。これより一般に管軸直角方向の節点変位(図-6(a))の要素11～13, 31～36、および図-6(b)の要素1～9, 15～29の方が、管軸方向の変位(図-6(a)の要素1～9, 15～29、および図-6(b)の要素11～13, 31～36)に比べ大きいことが分る。これは管の曲げ変形による影響の方が、軸変形によるものより大きいことを意味している。また曲管部の影響により、変形が拘束されて本来滑らかな曲線となりやすき所が不連続となり、これが逆に曲管部に応力集中を生じさせる原因ともなっている。

4. 結言 本研究の成果をまとめると次のようになる。1) 任意の地盤変形を受ける曲管部をもつ埋設管路の弾塑性解析が可能となった。2) 埋設管路に生ずる塑性変形量(回転角やひずみ)も式(7)を用いて算定することができます。3) 管路系としての変位吸収能力を最大地盤変形 $d_{max} \cdot U_s$ によって評価することができます。

**参考文献** 1) 日本ガス協会：ガス導管耐震設計指針、昭和50年3月。2) 日本ガス協会：ガス工作物設置基準調査、1981年3月。3) 石川, 三原, 香月：最適化手法を用いた骨組構造の弾塑性解析に関する一考察、第37回土木学会年譲、I-17, 1982年10月。4) 北出ほか：地中埋設管の耐震強度、三菱技報、Vol.11, No.4, pp. 490～506, 1974年7月。

表-2 LPによる弾塑性増分解析

Given : $C_A, C_S, C_{AS}, k_A, k_S, N_A, N_S, Q_A, Q_S, U_5, F_A$	
Find : $\Delta\lambda_A, \Delta\lambda_S, \Delta\lambda_{AS}, \Delta\Phi_A, \Delta\Phi_S$	
Object : $\Delta\lambda \rightarrow \text{maximize}$	(6a)
Constraint :	
$R_A \cdot \Delta\lambda_A + R_S \cdot \Delta\lambda_S + U_5 \cdot (\bar{N}_A \cdot \Delta\lambda_A + \bar{N}_S \cdot \Delta\lambda_S) = F_A$	(6b)
$\Phi_A - \bar{\Phi}_A + \Delta\Phi_A = 0, \quad \Phi_S - \bar{\Phi}_S + \Delta\Phi_S = 0$	(6c,d)
$\bar{\Phi}_A \cdot \Delta\lambda_A = 0, \quad \Delta\Phi_A \cdot \Delta\lambda_A = 0$	(6e,f,g,h)
$\bar{\Phi}_S \cdot \Delta\lambda_S = 0, \quad \Delta\Phi_S \cdot \Delta\lambda_S = 0$	

Where

$$R_A = C_A^T k_A C_A + C_{AS}^T k_S C_{AS}$$

$$R_S = C_S^T k_S C_S$$

$$\bar{N}_A = C_A^T k_A N_A, \quad \bar{N}_S = C_S^T k_S N_S$$

表-3

$\Delta = \bar{\Delta} + \Delta\lambda$	(7a)	$\lambda_A = \bar{\lambda}_A + \Delta\lambda_A$	(7e)
$U_5 = \bar{U}_5 + \Delta U_5$	(7b)	$\lambda_S = \bar{\lambda}_S + \Delta\lambda_S$	(7f)
$Q_A = \bar{Q}_A + \Delta Q_A$	(7c)	$Q_S = \bar{Q}_S + \Delta Q_S$	(7g)
$Q_S = \bar{Q}_S + \Delta Q_S$	(7d)		

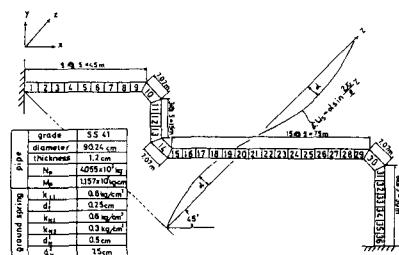


図-4 埋設管路モデルと地盤変位モ

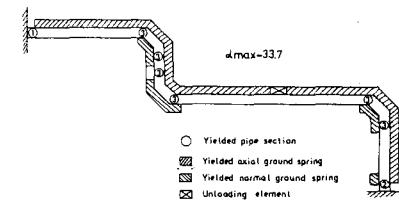


図-5 降伏モード(数字は管の降伏順番)

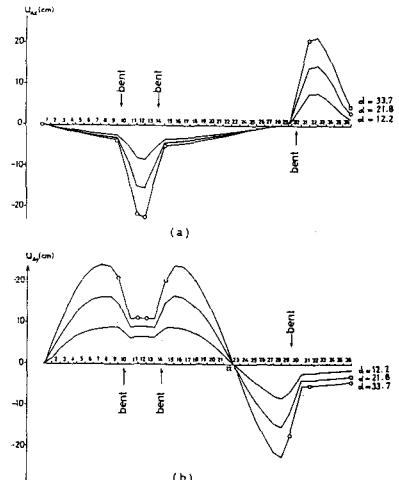


図-6 管の節点変位  $U_{Ax}$ ・ $U_{Ay}$  展開図 (a)  $U_{Ax}$  (b)  $U_{Ay}$