I -362　多柱基礎の鉛直軸回りの捩りに対する群杭効果

九州大学　工学部　学生員○若原 敏裕
九州大学　工学部　正会員　小坪 清真
九州大学　工学部　正会員　鳥野　清
九州大学　工学部　正会員　園田 敏矢

1．まえがき　前論[1)2)3)]において、多柱基礎の横方向群杭効果の理論的解析法を提案し、実験を行って、理論値と実験値が比較的よく一致していることを確かめた。本研究においては、多柱基礎がその鉛直軸回りに、一様に捩られた場合の群杭効果を、前論と同様に、3次元弾性理論を用いて検討し、さらに頂板の弾性変形が、柱に与える影響を、有限要素法を用いた板理論により考慮することにした。

2．解析上の仮定　本研究における解析上の仮定および諸条件は、(i)地盤は、単一な上層地盤と基盤からなる。(ii)上層地盤の上下変位は、水平変位に比べ小さいものして無視する。(iii)地表面において、せん断応力0となる解を導く。(iv)柱は鉛直で、円形断面を有し、下端は基盤に固定され、上端は頂板に結合されている。(v)上層地盤は、柱と一体となって変形する。(vi)柱の捩り変形による地盤変形の相互作用は、柱の曲げ変形による相互作用に比べ小さいものとし無視する。

3．解析理論　多柱基礎の座標系を図1，図2のようにとる。図1は、柱の捩り変形に対して，図2は、柱の曲げ変形に対しての座標系である。今、多柱基礎が、その鉛直軸回りに、一様に捩られた場合の上層地盤中の任意の点Pの、柱の曲げ、捩りに対する半径方向，円周方向、各々の変位を $u_p, v_p, u_p^\theta, v_p^\theta$ とし，i柱を基準に表わせば、式(1)(2)(3)のように書ける。ここで、Nは柱本数，$u_{pi}, v_{pi}, v_{pi}^\theta$ $(i=1,2,\cdots N)$は、各々i柱の曲げ変形による点Pの半径方向，円周方向変位，およびi柱の捩り変形による点Pの円周方向変位である。

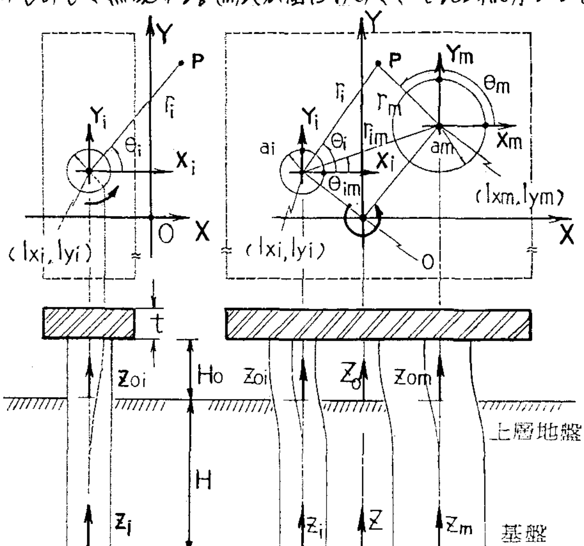

図1　図2

〈曲げ変形〉

$$u_p = u_{pi} + \sum_{m \neq i}^{N} u_{pm} \quad \text{-----}(1)$$

$$v_p = v_{pi} + \sum_{m \neq i}^{N} v_{pm} \quad \text{-----}(2)$$

〈捩り変形〉

$$u_p^\theta = 0 \ , \quad v_p^\theta = v_{pi}^\theta \quad \text{-----}(3)$$

次に、各柱に作用する単位長さあたりのx方向，y方向の土圧，および土の捩り抵抗は、式(4)(5)(6)のように書ける。σ_p, τ_p 等は、点Pにおける垂直応力，せん断応力である。また a_i は、i柱の半径を表わす。各柱の曲げ変形，捩り変形を支配する微分方程式は、柱の地中部について式(7)(8)，および空中部について式(9)(10)で表わされる。E_iI_iは、i柱の曲げ剛性であり、G_iJ_iは、i柱の捩り剛性を表わす。式(7)(8)，および式(9)(10)の一般解は、式(11)(12)(13)(14)のように表わすことができる。境界条件は、以下に記述する。

$$P_i^x(z) = \int_{-\pi}^{\pi} [\,\sigma_p \cos\theta_i - \tau_p \sin\theta_i\,]_{r_i=a_i}\, a_i\, d\theta_i \quad \text{---}(4)$$

$$P_i^y(z) = \int_{-\pi}^{\pi} [\,\sigma_p \sin\theta_i + \tau_p \cos\theta_i\,]_{r_i=a_i}\, a_i\, d\theta_i \quad \text{---}(5)$$

$$T_i^\theta(z) = \int_{-\pi}^{\pi} [\,\tau_p^\theta\,]_{r_i=a_i}\, a_i^2\, d\theta_i \quad \text{-----------}(6)$$

$(i=1,2\cdots N)$

〈地中部〉　$(0 \leq z \leq H)$

$$(E_iI_i)\frac{d^4}{dz^4}\{\,\overline{\xi}_i^x(z)\,\} = P_i^x(z) \quad \text{----------}(7)$$

$$(G_iJ_i/a_i)\frac{d^4}{dz^4}\{\,\overline{\xi}_i^\theta(z)\,\} + T_i^\theta(z) = 0 \quad \text{---}(8)$$

〈空中部〉　$(0 \leq z_0 \leq H_0)$

$$(E_iI_i)\frac{d^4}{dz_0^4}\{\,\overline{\overline{\xi}}_i^x(z_0)\,\} = 0 \quad (x=x,y) \quad \text{----------}(9)$$

$$(G_iJ_i/a_i)\frac{d^4}{dz_0^4}\{\,\overline{\overline{\xi}}_i^\theta(z_0)\,\} = 0 \quad \text{-------}(10)$$

$$\bar{\zeta}_i^{\chi}(z) = \bar{A}_i^{\chi}\left(\frac{z}{H}\right)^3 + \bar{B}_i^{\chi}\left(\frac{z}{H}\right)^2 + \bar{C}_i^{\chi}\left(\frac{z}{H}\right) + \bar{D}_i^{\chi} + \sum_{k=1,3,5}^{\infty} k\bar{Y}_i^{\chi} \sin\frac{k\pi z}{2H} \quad \text{-----} (11)$$

$$\bar{\zeta}_i^{\theta}(z) = \bar{C}_i^{\theta}\left(\frac{z}{H}\right) + \bar{D}_i^{\theta} + \sum_{k=1,3,5}^{\infty} k\bar{Y}_i^{\theta} \sin\frac{k\pi z}{2H} \quad \text{-----} (12)$$

$$\bar{\bar{\zeta}}_i^{\chi}(z_0) = \bar{\bar{A}}_i^{\chi}\left(\frac{z_0}{H_0}\right)^3 + \bar{\bar{B}}_i^{\chi}\left(\frac{z_0}{H_0}\right)^2 + \bar{\bar{C}}_i^{\chi}\left(\frac{z_0}{H_0}\right) + \bar{\bar{D}}_i^{\chi} \quad \text{-----} (13)$$

$$\bar{\bar{\zeta}}_i^{\theta}(z_0) = \bar{\bar{C}}_i^{\theta}\left(\frac{z_0}{H_0}\right) + \bar{\bar{D}}_i^{\theta} \quad \text{-----} (14)$$

$(\chi = x, y,\ i = 1.2 \cdots N)$

ここで、$\bar{A}_i^{\chi}$, $\bar{\bar{A}}_i^{\chi}$ 等、および、$\bar{Y}_i^{\chi}$ $\bar{Y}_i^{\theta}$ 等は、境界条件により定まる未定係数である。今、多柱基礎全体が、その鉛直軸回りに、一様に単位角だけ捩られると、(l_{xi}, l_{yi}) の位置にあるi柱は、円周方向にl_{ri}だけ変位し、単位角だけ捩られる。i柱を円周方向にl_{ri}だけ変位させるのに必要なx方向，y方向水平荷重をQ_i^x, Q_i^yとし、多柱基礎を構成する各柱と同条件の単柱を同じだけ変位させるx方向，y方向水平荷重をQ_{oi}^x, Q_{oi}^y，および単位角だけ捩るのに必要なモーメントT_{oi}とすれば、各柱の鉛直軸に関するモーメントM_i，および、それと同条件の単柱の鉛直軸に関するモーメントM_{oi}は、式(15)(16)で表わされ，多柱基礎の捩りに対する群杭効果は、式(17)で表わされる。柱に関する境界条件は、下端は基盤に固定され、上端は頂板に結合され、x方向，y方向の水平変位は、各々l_{yi}, l_{xi}および捩り角1とする。頂板の弾性変形の影響は、頂板を四辺形要素による有限要素法を用いて考慮する。その座標系は、図3のように定め，j柱中心軸位置に相当する頂板の節点jに、x方向の単位曲げモーメントを作用させ，その時の頂板の節点$i, j \cdots$等のx方向の回転角θ_{ij}^{xx}等，y方向の回転角θ_{ij}^{yx}等、またy方向の単位曲げモーメントを作用させた時のx方向の回転角θ_{ij}^{xy}等、y方向の回転角θ_{ij}^{yy}等を、有限要素法により各節点について求める。以下これを回転角影響係数と定め，この回転角影響係数から、柱と頂板の節点の間に次式の関係が成り立つ。

$$M_i = l_{yi}Q_i^x + l_{xi}Q_i^y + T_{oi} \quad \text{------} (15)$$

$$M_{oi} = l_{yi}Q_{oi}^x + l_{xi}Q_{oi}^y + T_{oi} \quad \text{------} (16)$$

$$e_N = \sum_{i=1}^{N} M_i \Big/ \sum_{i=1}^{N} M_{oi} \quad \text{------} (17)$$

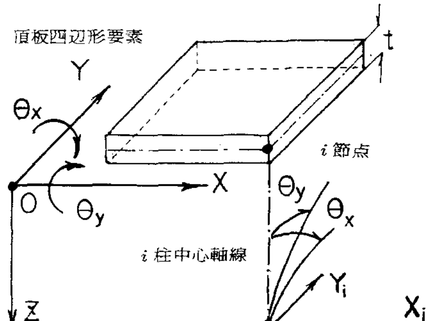

図3

$$\frac{d}{dz_0}\left\{\bar{\bar{\zeta}}_i^{x}(z_0)\right\}\Big|_{z_0=H_0} - \sum_{j=1}^{N}\left[\theta_{ij}^{xx}E_jI_j\frac{d^2}{dz_0^2}\left\{\bar{\bar{\zeta}}_j^{x}(z_0)\right\}\Big|_{z_0=H_0} + \theta_{ij}^{xy}E_jI_j\frac{d^2}{dz_0^2}\left\{\bar{\bar{\zeta}}_j^{x}(z_0)\right\}\Big|_{z_0=H_0}\right] = 0 \quad \text{-------} (18)$$

$(i = 1.2 \cdots N)$

式(18)の関係と前述した柱の上下端の境界条件、地表面での連続条件、柱と地盤との連続条件から、柱の本数の2倍の元数をもつ連立一次方程式を解き、各未定係数を決定できる。したがって，式(19)(20)によりQ_i^x等，およびT_{oi}を求めることができ、捩りに対する群杭効果が求められる。

$$Q_i^{\chi} = (-6E_iI_i/H^3)\,\bar{A}_i^{\chi} \quad \text{------} (19)$$

$$T_{oi} = (G_iJ_i/a_iH)\,\bar{C}_i^{\theta} \quad \text{------} (20)$$

$(\chi = x, y,\ i = 1.2 \cdots N)$

4．数値計算結果　本解析法による多柱基礎の鉛直軸回りの捩りに対する群杭効果の一例を、図4に示す。無次元パラメーターを、柱と地盤の相対的剛性の比$\alpha_0 (= \pi d^4 \mu / 64EI)$、柱中心軸間距離と柱径の比$L/d$，柱の空中部と地中部の長さの比$H_0/H$，柱の地中部の長さと柱径の比$H/d$等，また、頂板の厚さと柱径の比$t/d$に選び、数値計算を行った。図4に示す計算結果のグラフは，頂板を剛体とみなし、柱の上端は、剛結の状態として数値計算したものである。

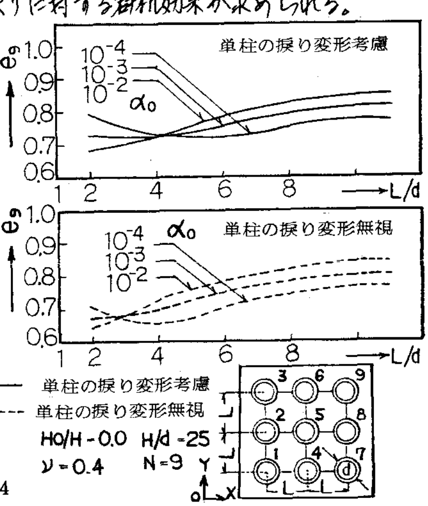

図4

5．参考文献　(1)小坪、高西；"横方向群杭効果の理論的考察" 土木学会論文報告 No.241. 1975.9　(2)小坪、高西、鳥野、園田；"多柱基礎の横方向群杭効果と荷重分担率" 土木学会論文報告集 No.312 1981.3　(3)小坪、高西、梶野；"多柱基礎の群杭効果におよぼす頂板の回転の影響" 土木学会論文報告集(ノート) No.323. 1981.7