

京都大学大学院 学生員 ○茅野敬夫

京都大学工学部 正 員 丹羽義次

京都大学工学部 正 員 廣瀬壮一

1. はじめに

我が国における沖積平野上には、経済的、社会的資産の重要な部分が集中し、土木構造物が建設される事も多い。そこで従来より、積分方程式法を用いて沖積平野を対象とした地震動解析が行なわれてきたが、そのいずれもが沖積平野を均質、あるいは均質な層の集りとしてモデル化を行っている。しかし、沖積層内の物性値は一般に場所的に大きく異なり、均質地盤としてよりは非均質地盤として取り扱う事が好ましいと考えられる。そこで本研究では、比較的堅い基盤の上に載り、かつ剛性及び密度が場所の関数である様な沖積層に、SH波が入射した時の地表面上での震動特性を、積分方程式法を用いて解析を行った。

2. 解析仮定と基礎式

地盤のモデルは、均質な基盤 (D_+) 上に剛性及び密度が場所の関数である様な沖積層 (D_-) が載ったものと考え、基盤、沖積層とも等方線形弾性体であるとする。(Fig.1 参照) としてこの様な地盤に、SH波が入射した場合の2次元面外定常問題を考える。以上の仮定により次の基礎式が得られる。

$$\nabla \cdot \{ \mu(x) \nabla u(x) \} + \rho(x) \omega^2 u(x) = 0 \quad \text{.....(1)}$$

ここに、 $\mu(x)$; 剛性, $u(x)$; 面外変位, $\rho(x)$; 密度, ω ; 角振動数である。また物体力は無視している。

境界条件は、地盤表面で面外応力が零であり、基盤と沖積層の境界で応力ベクトル及び面外変位が一致するものとする。さらに基盤の無限遠で、散乱波 u_s は放射条件を満足すると仮定する。

3. 積分方程式の構成

ここでは、沖積層、基盤についてそれぞれ、静弾性問題、動弾性問題の基本解を用いて積分表示を行い、field point を境界に近づける極限操作を行う事により、境界積分方程式を導き、第3種境界値問題に帰着させる。

3-1. 沖積層における積分表示

沖積層内の剛性を次の様に表す。 $\mu_i(x) = \mu_c + \delta\mu_i(x) \quad \text{.....(2)}$

ここに、 μ_c ; ある任意定数, $\delta\mu_i(x)$; 場所の関数で μ_c からの増分である。

さて、(2)式を(1)式に代入すると、次式が得られる。

$$\mu_c \nabla^2 u(x) = -F(x) \quad \text{.....(3)}$$

ただし、 $F(x) = \{ \nabla \delta\mu_i(x) \cdot \nabla u(x) + \delta\mu_i(x) \nabla^2 u(x) + \rho_i(x) \omega^2 u(x) \}$ である。

また静弾性問題の支配方程式及びその基本解は次の様に示される。

$$\mu_c \nabla^2 L(x, y) = -\delta(r), \quad L(x, y) = \frac{1}{2\pi\mu_c} \ln(1/r) \quad \text{.....(4)}$$

ただし、 x ; field point, y ; source point, $r = |x - y|$, $\delta(r)$; Dirac のデルタ関数である。

(3)式と(4)式より、Greenの第2公式等を用いて次の積分表示を得る。

$$\begin{aligned} \varepsilon \mu_i(x) \frac{1}{\mu_c} \cdot u(x) = & \int_{D_-} \{ \{ L(x, y) \mu_i(y) n \cdot \nabla u(y) \} - \{ u(y) \mu_i(y) n \cdot \nabla L(x, y) \} \} d\sigma \\ & + \int_{D_-} \{ u(y) \nabla \delta\mu_i(y) \cdot \nabla L(x, y) \} dS + \int_{D_-} \{ L(x, y) \rho_i(y) \omega^2 u(y) \} dS \quad \text{.....(5)} \end{aligned}$$

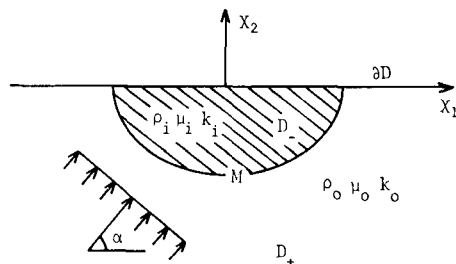


Fig.1 DOMAIN and BOUNDARY

ただし、 $\varepsilon=1 (x \in D_-)$, $\varepsilon=\frac{1}{2} (x \in M)$, $\varepsilon=0 (x \in D_+, \partial D)$ であり、 n ; 外向き単位法線ベクトルである。

(5)式は、沖積層が1層の場合 (Fig. 2(a)) であるが、沖積層内に不連続面がある場合の積分表示を求める。ここでは簡単のため、沖積層は2層とする。(Fig. 2(b))

第1層、第2層の積分表示は(5)式より次の様になる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 \mu_1(x) \mu_c \cdot u(x) &= \left\{ \int_{M_1+S} \{L(x, Y) \mu_1(Y) n_1 \cdot \nabla u(Y) - \{u(Y) \mu_1(Y) n_1 \cdot \nabla L(x, Y)\} \} d\sigma \right. \\ &\quad + \left\{ \int_{D_1} \{u(Y) \nabla \delta \mu_1(Y) \cdot \nabla L(x, Y)\} dS + \left\{ \int_{D_1} \{L(x, Y) \rho_1(Y) \omega^2 u(Y)\} dS \right. \\ \varepsilon_2 \mu_2(x) \mu_c \cdot u(x) &= \left\{ \int_{M_2+S} \{L(x, Y) \mu_2(Y) n_2 \cdot \nabla u(Y) - \{u(Y) \mu_2(Y) n_2 \cdot \nabla L(x, Y)\} \} d\sigma \right. \\ &\quad + \left\{ \int_{D_2} \{u(Y) \nabla \delta \mu_2(Y) \cdot \nabla L(x, Y)\} dS + \left\{ \int_{D_2} \{L(x, Y) \rho_2(Y) \omega^2 u(Y)\} dS \right. \end{aligned}$$

この2式を足し合せて次の積分表示を得る。

$$\begin{aligned} \{\varepsilon_1 \mu_1(x) + \varepsilon_2 \mu_2(x)\} \mu_c \cdot u(x) &= \sum_{k=1}^2 \left\{ \int_{M_k} \{L(x, Y) \mu_k(Y) n_k \cdot \nabla u(Y) - \{u(Y) \mu_k(Y) n_k \cdot \nabla L(x, Y)\} \} d\sigma \right. \\ &\quad + \left\{ \int_S \{u(Y) \{\mu_2(Y) - \mu_1(Y)\} n_1 \cdot \nabla L(x, Y)\} d\sigma + \sum_{k=1}^2 \left\{ \int_{D_k} \{u(Y) \nabla \delta \mu_k(Y) \cdot \nabla L(x, Y)\} dS + \sum_{k=1}^2 \left\{ \int_{D_k} \{L(x, Y) \rho_k(Y) \omega^2 u(Y)\} dS \right. \right. \end{aligned} \quad (6)$$

(6)式は2層地盤の場合であるが、さらに不連続面が多数存在しても、同様の方法で積分表示を得る事ができる。

3-2. 基盤における積分表示

動弾性問題の支配方程式及びその基本解は次の様に示される。

$$\mu_c (\nabla^2 + k_0^2) G(x, Y) = -\delta(r), \quad G(x, Y) = \frac{i}{4\mu_c} \{H_0^{(1)}(kr) + H_0^{(1)}(kr')\} \quad (7)$$

ここに、 $k_0^2 = \rho_0 \omega^2 / \mu_0$, $r' = |x - Y'|$ (Y' は X_1 軸についての Y の鏡像点), $H_0^{(1)}(kr)$; 第1種0次Hankel関数である。

(7)式を用いて次の積分表示を得る。

$$\varepsilon u(x) \cdot u_i(x) + u_r(x) + \left\{ \int_M \{\mu_0 G(x, Y) n \cdot \nabla u(Y) - \mu_0 u(Y) n \cdot \nabla G(x, Y)\} d\sigma \right\} \quad (8)$$

ここに、 $\varepsilon=1 (x \in D_+, \partial D)$, $\varepsilon=\frac{1}{2} (x \in M)$ であり、 $u_i(x)$; 入射波, $u_r(x)$; 反射波である。

(5)式あるいは(6)式と(8)式は、境界条件により結合され、数値的に離散化する事により、必要な変位が求まる。

4. 数値計算例

解析の精度を確認するために、M.D.Trifunacの解析例(半円形均質沖積層)と比較したのがFig.3であり、両者の結果はよく一致している事がわかる。次に、本研究の解析結果の1例を示したのがFig.4である。これは、半径1の半円形非均質沖積層(1層地盤)にSH波が入射した時の地表面における変位を示したもので、沖積層の剛性は、 $\mu_1(x)/\mu_0 = -0.2x_2 + 0.3$ である。また密度は、基盤及び沖積層内で一定としている。なお斜軸のAKは沖積層の半径によって無次元化された波数 k_0 を表わしている。他に1層及び多層沖積層について、入射角、沖積層形状、剛性を変えて解析を行、たが、詳細は発表の当日報告する。

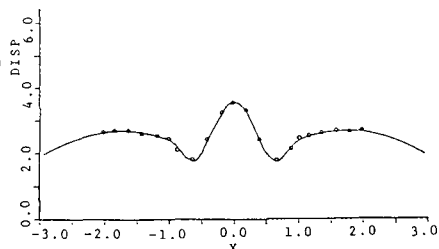


Fig.3 SURFACE-DISPLACEMENT (SEMICIRCLE)
 $\mu_1(x)/\mu_0 = 1/6, \rho_0/\rho_1 = 1.5, k_0 = \pi/2, \alpha = 90^\circ$

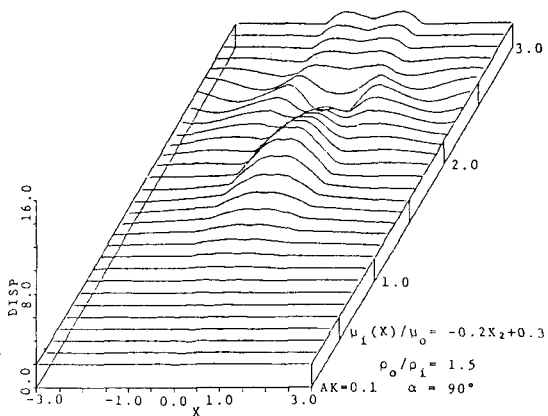


Fig.4 SURFACE-DISPLACEMENT (SEMICIRCLE)

参考文献: [1] Trifunac, M.D.; Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves, Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 61, No. 6, pp. 1755-1770, 1971.