

○ 建設省土木研究所 正員 高橋和之

, 川島一孝

, 相沢 興

1. まえがき

加速度記録を2回数値積分して変位を求める手法に関しては、現在までに各種の提案が行われているが、変位からの数値微分の精度の検討を行なった例は非常に少ない。本小文では、模擬地震波を用いたデジタル強震計の加振実験結果をもとに、地震動変位記録を振動数領域および時間領域で数値微分した際の精度を微分時間間隔に着目して、検討した結果を報告するものである。

2. 数値微分の方法

デジタル強震計(16ビットAD変換器, サンプルングタイム $\Delta t = 1/200$ 秒)の加振実験により、得られた加速度記録 $a_0(t)$ を振動数領域で2回数値積分して変位 $d(t)$ を求め、これを微分精度の検討に用いる変位波形とした。ここで、数値積分時には高振動数側および低振動数側の遮断振動数 (f_{ue} および f_{eu}) は、それぞれ20Hz, 1/20Hzとした。これを、以下のように2種類の方法で数値微分した。

1) 振動数領域での微分 : 数値積分により求めた変位 $d(t)$ のフーリエ変換 $F_0(f)$ を次式により求めた。

$$F_0(f) = \int_{-\infty}^{\infty} d(t) e^{-2\pi i f t} dt \quad (1)$$

これに台形状のバンドパスフィルター $F_c(f)$ を見込み、加速度 $a_1(t)$ を次式で求める。

$$a_1(t) = - \int_{-\infty}^{\infty} 4\pi^2 f^2 F_0(f) e^{2\pi i f t} df \quad (2)$$

ここで、 $F(f) = F_0(f) \cdot F_c(f)$ であり、 $F_c(f)$ は次のようにした。

$$F_c(f) = \begin{cases} 0 & 0 \leq f < f_{ee} \\ \frac{f - f_{ee}}{f_{eu} - f_{ee}} & f_{ee} \leq f \leq f_{eu} \\ 1 & f_{eu} \leq f \leq f_{ue} \\ \frac{f_{uu} - f}{f_{uu} - f_{ue}} & f_{ue} \leq f \leq f_{uu} \\ 0 & f > f_{uu} \end{cases} \quad (3)$$

ここで f_{ee} , f_{eu} , f_{ue} , f_{uu} は、それぞれ $1/21$, $1/20$, 20, 21Hzとした。

2) 時間領域での微分 : 時間差分を2回行ない、加速度 $a_2(t)$ を次式で求めた。

$$v(t) = \frac{d(t+\Delta t) - d(t)}{\Delta t}; \quad a_2(t) = \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} \quad (4)$$

以上のようにして求めた加速度 $a_1(t)$, $a_2(t)$ の精度を検討するため、 $a_1(t)$, $a_2(t)$ および $a_0(t)$ の加速度応答スペクトル $S_1(T)$, $S_2(T)$, $S_0(T)$ (減衰定数2%) を求め、これらの比(応答スペクトル比)を次のように定義した。

$$\eta^F(T) = S_1(T)/S_0(T); \quad \eta^T(T) = S_2(T)/S_0(T) \quad (5)$$

以上に示した、数値微分の精度の検討フローを図-1に示す。

3. 計算例

式(2)および(5)を用いて、表-1に示す6ケースの地震動変位 $d(t)$ を数値微分した。微分に際しては、1/200秒間隔の $a_0(t)$ の値を間引きすることにより、微分時間間隔 Δt を $1/200$, $1/100$, $1/50$, $1/20$, $1/10$ の5通りに変化した。これより、式(5)の応答スペクトル比 $\eta^F(T)$ および $\eta^T(T)$ を求め、最大加速度の似かよったケース1, 3, 5間およびケース2, 4, 6間で平均した結果を図-4および図-5とある。

4. まとめ

以上の検討結果より、数値微分精度に関して、以下の事項が指通である。

- 1) $\Delta t = 1/200$ 秒の場合には、周期が少なくとも $0.1 \sim 5$ 秒の範囲で $\eta^r(T)$, $\eta^f(T)$ は共にほぼ 1.0 となっており、この周期範囲では、数値微分精度が安定している事を示している。
- 2) Δt が大きくなると、上記微分精度の安定した周期範囲が狭くなり、この傾向は波形の振幅が小さいほど顕著となる。
- 3) 周波数領域の微分と時間領域の微分を比較すると、一般に前者の方が後者よりも精度が良い。

表-1 加振実験に用いた地震動記録

実験 T-入	発生年月日	地震名	M	記録地点	最大加速度 ($a_{\max}$ gal)	最大変位 ($d_{\max}$ cm)
1	1972.2.29	八丈島沖地震	7.1	富士野地盤上 (N-S成分)	200.76	2.82
2					819.35	11.96
3	1973.11.25	和歌山県中郡 の地震	5.6	南毛勝川地 盤上(N-S成分)	138.94	4.39
4					485.82	17.67
5	1974.8.4	栃木・茨城県 境の地震	5.8	扇島地盤上 (E-W成分)	202.23	3.32
6					664.73	9.60

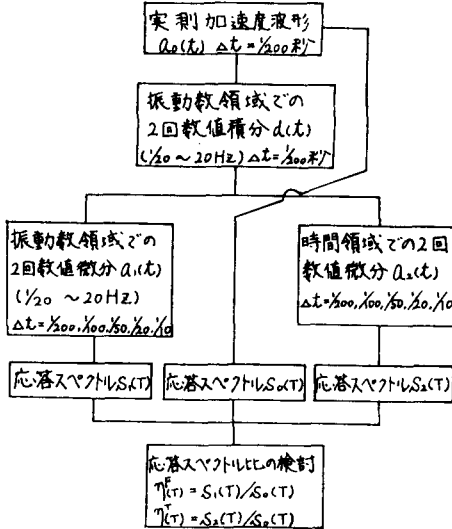


図-1 数値微分精度の検討フローチャート

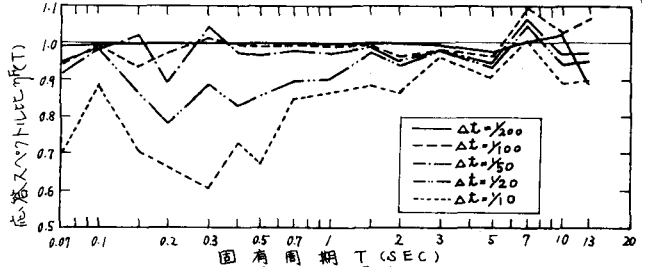


図-2(1) $\eta^f(T) \sim T$ の関係 (T-入 2.4, 6 の平均)

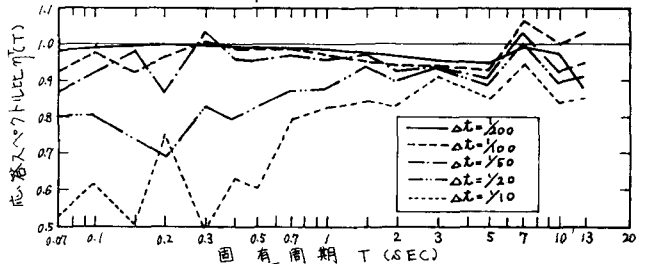


図-2(2) $\eta^r(T) \sim T$ の関係 (T-入 2.4, 6 の平均)

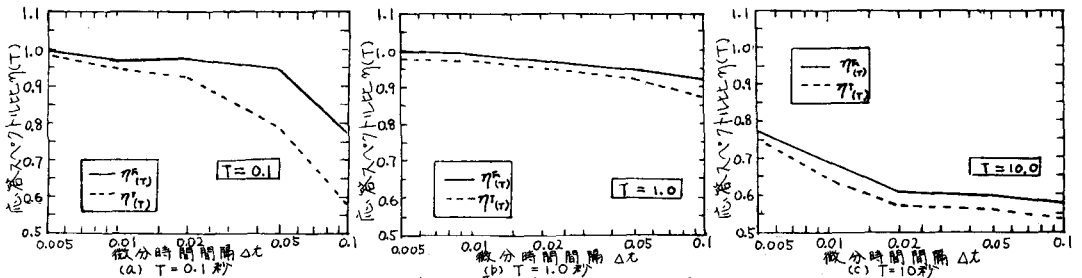


図-4(1) 応答スペクトル比 $\eta^r(T)$, $\eta^f(T)$ と微分時間間隔 Δt の関係 (T-入 1.3, 5 の平均)

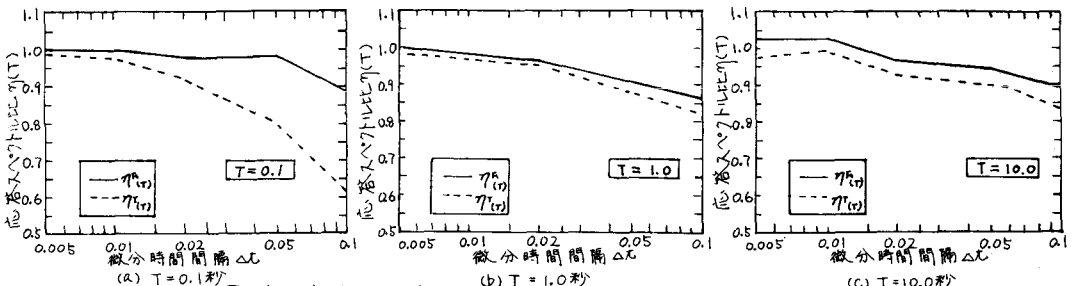


図-4(2) 応答スペクトル比 $\eta^r(T)$, $\eta^f(T)$ と微分時間間隔 Δt の関係 (T-入 2.4, 6 の平均)